

# Transportarmerede betonelementvægge Før og nu

**Bjarne Chr. Jensen**  
13. august 2007

## Introduktion

Betonelementforeningen har de senere år stået bag udviklingsarbejder med henblik på at skaffe baggrundsmaterialer for en mere nøjagtig fastsættelse af regningsmæssige værdier for uarmerede betonvægges bæreevne, idet transportarmerede betonelementvægge regningsmæssigt behandles som uarmerede betonvægge.

Udviklingsarbejderne har været iværksat indenfor tre områder, nemlig

- beregningsmetoder, primært forestået af ingeniørdocent, lic. techn. Bjarne Chr. Jensen, Syddansk Universitet
- statistisk behandling af data og beregningsmetoder, primært forestået af professor lic. techn. John Dalsgaard Sørensen, Aalborg Universitet
- udførelse af forsøg, primært forestået lektor, civilingeniør Peter Ellegaard, Aalborg Universitet

Arbejderne er rapporteret i 3 separate rapporter, men arbejderne har været koordineret under medvirken af Betonelementforeningen, primært ved direktør Poul Erik Hjorth.

Nærværende notat indeholder beregningseksempler, der viser udviklingen af den regningsmæssige bæreevne for tre uarmerede betonvægge, nemlig en centralt belastet væg, en excentrisk belastet væg med lille excentricitet og en excentrisk belastet væg med stor excentricitet.

Eksemplerne begynder med beregninger efter DS411:1999 med de partialkoefficienter, der var gældende før 2006. Derefter en beregning med de nye partialkoefficienter, der blev introduceret, bl.a. som følge af arbejdet rapporteret i [1]. Disse partialkoefficienter er videreført til den kommende Eurocode 2, DS/EN 1992-1-1, og beregningsmetode 3 er udført efter Eurocode 2. Endelig er den sidste beregningsmetode baseret på arbejderne rapporteret i [2], [3] og [4], hvor en ny beregningsmetode er foreslået under anvendelse af den statistiske metode for analyse af beregningsmodeller, beskrevet i Norm for projekteringsgrundlag for konstruktioner DS409:2006 og i Basis of Design, EN 1990, dvs. metoden er gyldig efter det nuværende danske normsystem og det kommende eurocodesystem.

For de tre valgte eksempler viser det sig, at den samlede indsats har øget den regningsmæssige bæreevne til det dobbelte eller mere.

## Eksempel 1

### Centralt belastet væg

Forudsætninger:

Centralt belastet væg.

Søjlelængde  $l_s = 2,6$  m, Vægtykkelse  $h = 150$  mm.

Karakteristisk betonstyrke  $f_{ck} = 25$  MPa.

### Beregning efter DS411:99 + gamle partialkoefficienter

Partialkoefficient, uarmeret beton  $\gamma_c = 2,5$

Regningsmæssig betonstyrke:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{2,5} = 10 \text{ MPa}$

Inertiradius:  $i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12}bh^3}{bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{150}{12} = 43,3 \text{ mm}$

Faktor:  $\frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{0crd}} = 10^{-4}$ , se f.eks. Teknisk Ståbi

Kritisk betontrykspænding:  $\sigma_{crd} = \frac{f_{cd}}{1 + \frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{0crd}} \left(\frac{l_s}{i}\right)^2} = \frac{10}{1 + 10^{-4} \left(\frac{2600}{43,3}\right)^2} = 7,35 \text{ MPa}$

Bæreevne:  $N_{Rd} = bh\sigma_{crd} = 1000 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \cdot 7,35 = 1103 \text{ kN/m}$

### Beregning efter DS411 + nye partialkoefficienter

Partialkoefficient, uarmeret beton i elementer  $\gamma_c = 1,55$

Regningsmæssig betonstyrke:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,55} = 16,1 \text{ MPa}$

Inertiradius:  $i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12}bh^3}{bh}} = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{150}{12} = 43,3 \text{ mm}$

Faktor:  $\frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{0crd}} = 10^{-4}$ , se f.eks. Teknisk Ståbi

Kritisk betontrykspænding:  $\sigma_{crd} = \frac{f_{cd}}{1 + \frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{0crd}} \left(\frac{l_s}{i}\right)^2} = \frac{16,1}{1 + 10^{-4} \left(\frac{2600}{43,3}\right)^2} = 11,8 \text{ MPa}$

Bæreevne:  $N_{Rd} = bh\sigma_{crd} = 1000 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \cdot 11,8 = 1770 \text{ kN/m}$

### Beregning efter DS/EN 1992-1-1

Partialkoefficient, uarmeret beton i elementer  $\gamma_c = 1,55$

$$\text{Regningsmæssig betonstyrke: } f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,55} = 16,1 \text{MPa}$$

Faktor (formel 12.11 i DS/EN 1992-1-1):

$$\Phi = 1,14 \left( 1 - 2 \frac{e}{h} \right) - 0,02 \frac{l_s}{h} = 1,14 \left( 1 - 2 \frac{0}{150} \right) - 0,02 \frac{2600}{150} = 0,79$$

Bæreevne (formel 12.10 i DS/EN 1992-1-1):

$$N_{Rd} = bhf_{cd}\Phi = 1000 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \cdot 16,1 \cdot 0,79 = 1908 \text{kN/m}$$

### Beregning efter ny formel

Partialkoefficient, uarmeret beton i elementer  $\gamma_c = 1,55$

$$\text{Regningsmæssig betonstyrke: } f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,55} = 16,1 \text{MPa}$$

$$\text{Slankhedsforhold: } \frac{l_s}{i} = \frac{2600}{43,3} = 60 < 95$$

$$\text{E-modul (formel 8.5 i [4]): } E_{c0} = 51000 \frac{f_{ck}}{f_{ck} + 13} = 51000 \frac{25}{25 + 13} = 33550 \text{MPa}$$

$$\text{Faktor: } \frac{f_{ck}}{\pi^2 E_{c0}} = \frac{25}{\pi^2 33550} = 7,55 \cdot 10^{-5}$$

Kritisk betontrykspænding (formel 8.2 i [4]):

$$\sigma_{cr} = \frac{f_{cd}}{\sqrt{1 + \left( \frac{f_{ck}}{\pi^2 E_{c0}} \left( \frac{l_s}{i} \right)^2 \right)^2}} = \frac{16,1}{\sqrt{1 + (7,55 \cdot 10^{-5} \cdot 60^2)^2}} = 15,5 \text{MPa}$$

$$\text{Bæreevne (formel 8.1 i [4]): } N_{Rd} = \sigma_{crd} b (h - 2e) = 15,5 \cdot 1000 (150 - 2 \cdot 0) \cdot 10^{-3} = 2325 \text{MPa}$$

### Sammenligning

	Gammel model	Gammel model Nye partialkoefficienter	DS/EN 1992-1-1	Ny formel
Bæreevne kN/m	1103	1770	1908	2325
Bæreevne/Bæreevne gammel model	1,0	1,60	1,72	2,11

## Eksempel 2

### Excentrisk belastet væg

Forudsætninger:

Excentrisk belastet væg.

Søjlelængde  $l_s = 2,6$  m, Vægtykkelse  $h = 150$  mm.

Excentricitet  $e = 25$  mm

Karakteristisk betonstyrke  $f_{ck} = 25$  MPa.

### Beregning efter DS411:99 + gamle partialkoefficienter

Partialkoefficient, uarmeret beton  $\gamma_c = 2,5$

Regningsmæssig betonstyrke:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{2,5} = 10 \text{ MPa}$

Eksponent:  $p = 1 + \frac{1}{25} \frac{l_s}{h} = 1 + \frac{1}{25} \cdot \frac{2600}{150} = 1,69$

Bæreevne:  $N_{Rd} = bh \frac{\left(1 - 2 \frac{e}{h}\right)^p}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{h}\right)^2} f_{cd} = 1000 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \frac{\left(1 - 2 \frac{25}{150}\right)^{1,69}}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2600}{150}\right)^2} \cdot 10 = 556 \text{ kN / m}$

### Beregning efter DS411 + nye partialkoefficienter

Partialkoefficient, uarmeret beton i elementer  $\gamma_c = 1,55$

Regningsmæssig betonstyrke:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,55} = 16,1 \text{ MPa}$

Eksponent:  $p = 1 + \frac{1}{25} \frac{l_s}{h} = 1 + \frac{1}{25} \cdot \frac{2600}{150} = 1,69$

Bæreevne:  $N_{Rd} = bh \frac{\left(1 - 2 \frac{e}{h}\right)^p}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{h}\right)^2} f_{cd} = 1000 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \frac{\left(1 - 2 \frac{25}{150}\right)^{1,69}}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2600}{150}\right)^2} \cdot 16,1 = 895 \text{ kN / m}$

### Beregning efter DS/EN 1992-1-1

Partialkoefficient, uarmeret beton i elementer  $\gamma_c = 1,55$

Regningsmæssig betonstyrke:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,55} = 16,1 \text{ MPa}$

Faktor (formel 12.11 i DS/EN 1992-1-1):

$$\Phi = 1,14 \left( 1 - 2 \frac{e}{h} \right) - 0,02 \frac{l_s}{h} = 1,14 \left( 1 - 2 \frac{25}{150} \right) - 0,02 \frac{2600}{150} = 0,41$$

Bæreevne (formel 12.10 i DS/EN 1992-1-1):  $N_{Rd} = bhf_{cd} \Phi = 1000 \cdot 150 \cdot 10^{-3} 16,1 \cdot 0,41 = 990 \text{ kN/m}$

### Beregning efter ny formel

Partialkoefficient, uarmeret beton i elementer  $\gamma_c = 1,55$

Regningsmæssig betonstyrke:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,55} = 16,1 \text{ MPa}$

Inertiradius (formel 8.6 i [4]):  $i = \frac{h'}{\sqrt{12}} = \frac{h - 2e}{\sqrt{12}} = \frac{150 - 2 \cdot 25}{\sqrt{12}} = 28,9$

Slankhedsforhold:  $\frac{l_s}{i} = \frac{2600}{28,9} = 90 < 95$

E-modul (formel 8.5 i [4]):  $E_{c0} = 51000 \frac{f_{ck}}{f_{ck} + 13} = 51000 \frac{25}{25 + 13} = 33550 \text{ MPa}$

Faktor:  $\frac{f_{ck}}{\pi^2 E_{c0}} = \frac{25}{\pi^2 33550} = 7,55 \cdot 10^{-5}$

Kritisk betontrykspænding (formel 8.2 i [4]):

$$\sigma_{cr} = \frac{f_{cd}}{\sqrt{1 + \left( \frac{f_{ck}}{\pi^2 E_{c0}} \left( \frac{l_s}{i} \right)^2 \right)^2}} = \frac{16,1}{\sqrt{1 + (7,55 \cdot 10^{-5} \cdot 90^2)^2}} = 13,7 \text{ MPa}$$

Bæreevne (formel 8.1 i [4]):  $N_{Rd} = \sigma_{crd} b (h - 2e) = 13,7 \cdot 1000 (150 - 2 \cdot 25) \cdot 10^{-3} = 1370 \text{ MPa}$

### Sammenligning

	Gammel model	Gammel model Nye partialkoefficienter	DS/EN 1992-1-1	Ny formel
Bæreevne kN/m	556	895	990	1370
Bæreevne/Bæreevne gammel model	1,0	1,61	1,78	2,46

## Eksempel 3

### Excentrisk belastet væg

Forudsætninger:

Excentrisk belastet væg.

Søjlelængde  $l_s = 2,6$  m, Vægtykkelse  $h = 150$  mm.

Excentricitet  $e = 45$  mm

Karakteristisk betonstyrke  $f_{ck} = 25$  MPa.

### Beregning efter DS411:99 + gamle partialkoefficienter

Partialkoefficient, uarmeret beton  $\gamma_c = 2,5$

Regningsmæssig betonstyrke:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{2,5} = 10 \text{ MPa}$

Eksponent:  $p = 1 + \frac{1}{25} \frac{l_s}{h} = 1 + \frac{1}{25} \cdot \frac{2600}{150} = 1,69$

$$\text{Bæreevne: } N_{Rd} = bh \frac{\left(1 - 2 \frac{e}{h}\right)^p}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{h}\right)^2} f_{cd} = 1000 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \frac{\left(1 - 2 \frac{45}{150}\right)^{1,69}}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2600}{150}\right)^2} \cdot 10 = 234 \text{ kN / m}$$

### Beregning efter DS411 + nye partialkoefficienter

Partialkoefficient, uarmeret beton i elementer  $\gamma_c = 1,55$

Regningsmæssig betonstyrke:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,55} = 16,1 \text{ MPa}$

Eksponent:  $p = 1 + \frac{1}{25} \frac{l_s}{h} = 1 + \frac{1}{25} \cdot \frac{2600}{150} = 1,69$

$$\text{Bæreevne: } N_{Rd} = bh \frac{\left(1 - 2 \frac{e}{h}\right)^p}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{h}\right)^2} f_{cd} = 1000 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \frac{\left(1 - 2 \frac{45}{150}\right)^{1,69}}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2600}{150}\right)^2} \cdot 16,1 = 377 \text{ kN / m}$$

### Beregning efter DS/EN 1992-1-1

Partialkoefficient, uarmeret beton i elementer  $\gamma_c = 1,55$

Regningsmæssig betonstyrke:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,55} = 16,1 \text{ MPa}$

Faktor (formel 12.11 i DS/EN 1992-1-1):

$$\Phi = 1,14 \left( 1 - 2 \frac{e}{h} \right) - 0,02 \frac{l_s}{h} = 1,14 \left( 1 - 2 \frac{45}{150} \right) - 0,02 \frac{2600}{150} = 0,11$$

Bæreevne (formel 12.10 i DS/EN 1992-1-1):  $N_{Rd} = bhf_{cd} \Phi = 1000 \cdot 150 \cdot 10^{-3} 16,1 \cdot 0,11 = 265 \text{ kN/m}$

### Beregning efter ny formel

Partialkoefficient, uarmeret beton i elementer  $\gamma_c = 1,55$

Regningsmæssig betonstyrke:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,55} = 16,1 \text{ MPa}$

Inertiradius (formel 8.6 i [4]):  $i = \frac{h'}{\sqrt{12}} = \frac{h - 2e}{\sqrt{12}} = \frac{150 - 2 \cdot 45}{\sqrt{12}} = 17,3$

Slankhedsforhold:  $\frac{l_s}{i} = \frac{2600}{17,3} = 150 > 95$

E-modul (formel 8.5 i [4]):  $E_{c0} = 51000 \frac{f_{ck}}{f_{ck} + 13} = 51000 \frac{25}{25 + 13} = 33550 \text{ MPa}$

Faktor:  $\frac{f_{ck}}{\pi^2 E_{c0}} = \frac{25}{\pi^2 33550} = 7,55 \cdot 10^{-5}$

Kritisk betontrykspænding (formel 8.4 i [4]):

$$\sigma_{cr} = \frac{f_{cd}}{1,25 \sqrt{1 + \left( \frac{f_{ck}}{\pi^2 E_{c0}} \left( \frac{l_s}{i} \right)^2 \right)^2}} = \frac{16,1}{1,25 \sqrt{1 + (7,55 \cdot 10^{-5} \cdot 150^2)^2}} = 7,84 \text{ MPa}$$

Bæreevne (formel 8.1 i [4]):  $N_{Rd} = \sigma_{crd} b (h - 2e) = 7,84 \cdot 1000 (150 - 2 \cdot 45) \cdot 10^{-3} = 470 \text{ MPa}$

### Sammenligning

	Gammel model	Gammel model Nye partialkoefficienter	DS/EN 1992-1-1	Ny formel
Bæreevne kN/m	234	377	265	470
Bæreevne/Bæreevne gammel model	1,0	1,61	1,13	2,00



## Referencer

- [1] Jensen, B. C. & J. D. Sørensen: Sammenligning af sikkerhedsniveauet for elementer af beton og letbeton, Aalborg Universitet, Structural Reliability Theory Series, paper no. 232, 2004 (ISSN 1395-7953 R0403)
- [2] Ellegaard, P & L. P. Hansen: Forsøg med 4 centralt belastede betonelementer samt 4 tilhørende betoncylindre, Institut for Bygningsteknik, Aalborg Universitet, 2005 (ISSN 1395 7953 R0501)
- [3] Ellegaard, P.: Forsøg med 37 betonelementer – Centralt, excentrisk og tværbelastede elementer samt tilhørende trykcylindre, bøjetrækemner og armeringsstænger, Institut for Byggeri og Anlæg, Aalborg Universitet, 2006 (ISSN 13957953 R0601)
- [4] Jensen, B. C. & J. D. Sørensen: Bæreevne af betonvægs-elementer, Institut for Industri og Byggeri, Syddansk Universitet, Skriftserie, rapport nr. 1, 2007, (ISBN 978-87-92185-00-6)