

UDVIKLING KONSTRUKTIONER

BEF-PCSTATIK

PC-Statik

Bjælkeberegning efter EC2

Dokumentationsrapport

ALECTIA A/S

Teknikerbyen 34

2830 Virum

Denmark

Tlf.: +45 88 19 10 00

Fax: +45 88 19 10 01

U D V I K L I N G K O N S T R U K T I O N E R

BEF-PCSTATIK

PC-Statik

Bjælkeberegning efter EC2

Dokumentationsrapport

2008-12-08

Revision : 1/EC
Revisionsdato : 2008-12-08
Sagsnr. : 17681
Projektleder : JFJ
Udarbejdet af : MKC/PKB
Godkendt af : JFJ

Indholdsfortegnelse

1	Indledning	3
2	Kort beskrivelse af programmet	4
2.1	Kold beregning	4
2.2	Brandberegning	5
3	Fortolkning af EC2 - Kold tilstand	6
3.1	Momentkapacitet	6
3.2	Forskydning og Vridning	6
3.3	Deformationer	6
3.4	Revnevidder.....	7
3.5	Minumumsarmering og afstand mellem armering	7
4	Teoretisk baggrund - Kold tilstand	8
4.1	Bæreevne ved bøjning	8
4.2	Bæreevne ved kombineret forskydning og vridning	19
4.3	Beregning af forankringskraft	21
4.4	Beregning af stivhed	23
4.5	Svind	27
4.6	Revnevidder.....	30
5	Beregningseksempel - Kold tilstand	31
5.1	Belastning	32
5.2	Materialer	33
5.3	Minimumsarmering	34
5.4	Afstandskrav for armering	35
5.5	Beregning af moment kapacitet.....	37
5.6	Kombineret forskydning og vridning.....	39
5.7	Forankringskraft	40
5.8	Teoretiske krybetal	41
5.9	Beregning af stivhed	42
5.10	Svind	44
5.11	Nedbøjning	46
5.12	Revnevidder.....	46
6	Fortolkning af EC2 - brandtilstand	50
6.1	Reduktion af tværsnit og materialeparametre.....	50

6.2	Momentbæreevne.....	50
6.3	Forskydningskapacitet.....	50
7	Teoretisk baggrund - brandtilstand.....	51
7.1	Reduktion af tværsnit.....	51
7.2	Armering	52
7.3	Bæreevne ved bøjning	52
7.4	Bæreevne ved kombineret forskydning og vridning	55
7.5	Beregning af forankringskraft.....	55
8	Beregningseksempel - brandtilstand.....	56
8.1	Geometri og materialeparametre	56
8.2	Regningsmæssige laster og snitkræfter	57
8.3	Reduceret betontværsnit	57
8.4	Længdearmering	59
8.5	Bøjlearmering	60
8.6	Bæreevne ved bøjning	62
8.7	Bæreevne ved kombineret forskydning og vridning	64
8.8	Forankringskraft.....	66

1 Indledning

Nærværende rapport er KS dokumentationen, som er udført i forbindelse med udvikling af beregningsprogram for en bjælke efter EC2, både for normale lastkombinationer og brandtilfældet.

Rapporten er opdelt således, at første afsnit beskriver programmets opbygning og gennemgår kort den kolde beregning og brandberegningen.

Hernæst gennemgås de fortolkninger, der er foretaget af EC2, både for den kolde beregning og den varme beregning for få en konsistent løsning.

Hernæst kommer et teoriafsnit, hvor teorien bag den kolde beregning og brandberegningen gennemgås.

Til slut gennemgås to separate eksempler. Et for den kolde beregning, hvor moment- og forskydningskapacitet, samt nedbøjninger og revnevidder bestemmes, og ét hvor en bjælke brandpåvirkes, og hvor moment og forskydningskapacitet bestemmes for de reducerede tværsnitsparametre.

Ansvarsforhold

NB: Resultaterne af beregningsmodulerne skal ALTID efterkontrolleres af køber/bruger! Betonelement-Foreningen og de øvrige ophavsmænd påtager sig INTET ANSVAR for fejl og mangler ved beregningsmodulernes informationsindhold mv. eller for svigt ved - eller tab som følge af - produkter fremstillet under anvendelse heraf.

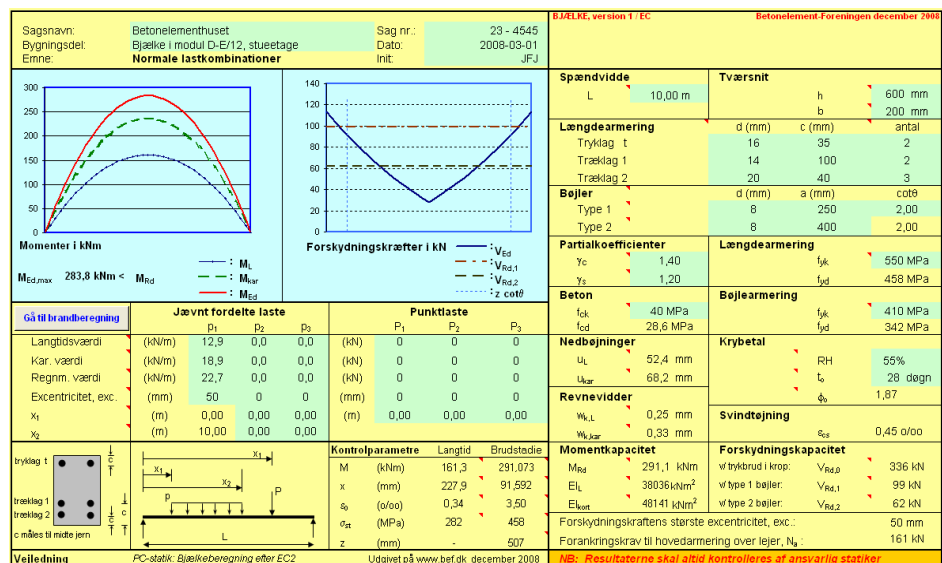
2 Kort beskrivelse af programmet

Programmet er opbygget således, at brugeren i den kolde beregning indtaster bjælkens geometri, herunder tværsnitsdimensioner, spændvidde og armering. Ved at trykke på knappen "Gå til brandberegning" bringes brugeren videre til brandberegningsmodulet. Her indtastes yderligere oplysninger som skal bruges specielt i brandberegningen, såsom hvilke sider af bjælken der er brandpåvirket, brandtiden og hvilken slags stål der er anvendt til armering.

2.1 Kold beregning

For den kolde beregning indtastes både laster, tværsnit og materialer. Det er muligt at indtaste tre linjelaster og tre enkeltkræfter. Lasterne og længden giver anledning til forskydningskræfterne og momentet som tværsnittet skal kunne optage, samt den nødvendige forankring. Den første linjelast p_1 er udbredt over hele bjælkens længde mens geometrien på de andre laster skal opgives af brugeren. Bæreevnen af tværsnittet er afhængig af hhv. tværsnit og materialer. For tværsnit forstås dimensionerne på det rektangulære betontværsnit, samt placering af længdearmering og afstand mellem bøjler. For materialer skal programmet have flydespændingen for bøjle- og længdearmeringens samt betonens trykstyrke. Endvidere skal $\cot(\theta)$ vælges af brugeren.

I anvendelsesgrænsetilstanden beregner programmet både revnevidder og deformationer baseret på hhv. kort- og langtidslasten samt det aktuelle tværsnit. Ved beregningen af nedbøjningen tages hensyn til både krybning, svind.



Figur 1 - Skærbillede ved kold beregning

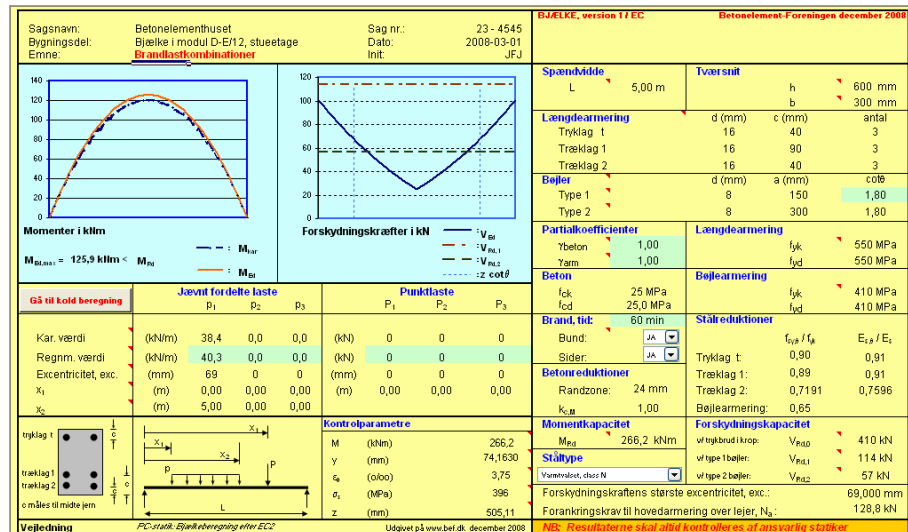
2.2 Brandberegning

I brandberegningen regnes bjælken udsat for en standardbrand, hvor brugeren definerer brandens varighed samt hvilke overflader der eksponeres.

I den kolde beregning angives desuden materialeparametre for beton og armering.

Når alle parametrene er oplyst bestemmer programmet temperaturen i 36 punkter jævnt fordelt i betontværsnittet hvorudfra tykkelsen af den beskadigede zone af bjælakens tværsnit, "randzone" bestemmes. Temperaturen bestemmes også i længdearmeringen og i bøjlerne og reduktionen af armeringens flydespænding og E-modul ved forhøjede temperaturer bestemmes i henhold til EC2-1-2 og EC2-1-2 DK NA:2007.

Herefter står blot tilbage at bestemme tværsnittets moment- og forskydningskapacitet, M_{ud} og V_{ud} , samt angive forankringskravet til hovedarmering over lejer, N_a . Dette gøres nøjagtig som for den kolde beregning, dog med den forskel, at der skal anvendes en særlig arbejdslinie for brandpåvirket beton.



Figur 2. Skærmbillede ved brandberegning

3 Fortolkning af EC2 - Kold tilstand

I forbindelse med udvikling af programmet har det været nødvendigt, at fortolke EC2, således at en konsistens løsning kan tilvejebringes. I nærværende afsnit beskrives de fortolkninger, der er foretaget i forhold til EC2.

3.1 Momentkapacitet

- Afsnit 3.1.5's formel (3.1.4) bestemmer spændingsblokken i betonens trykzone.
- Iht. afsnit 3.2.7 (4) sættes armeringens regningsmæssige elasticitetsmodul lig 200 GPa, som er lig det karakteristiske elasticitetsmodul for armeringen.
- Iht. afsnit 5.8.6 (3) kan formel (3.1.4) anvendes hvis E_{cm} ændres til E_{cd} , hvor E_{cd} findes ved at reducerer E_{cm} med $\gamma_c = 1,4$ iht. det nationale annek. I Eurocode anbefales en reduktion på 1,2. Dette er ikke en traditionel måde at indføre en sikkerhed på, idet partialkoefficienten påsættes en middel stivhed.
- Iht. 5.8.6 (4) kan krybning indføres ved, at ændre alle tøjningsværdierne. Dette betyder at overarmerede tværsnit kan få en højere bæreevne, end den der virker i korttidstilstanden. Der er derfor set bort fra dette ved beregning af momentkapaciteten.

3.2 Forskydning og Vridning

- Effektivitetsfaktorerne for vridning og forskydning bestemmes efter EN 1992-1-1 DK NA:2007 afsnit 5.6.1(3)P.
- Forskydning bestemmes efter afsnit 6.2.3 (3) der behandler forskydningsbæreevne med lodrette bøjler.
- Ved beregning af vridning, er vridningens belastning af længdearmeringen ikke medtaget.
- Ved beregning af bøjler udsat for vridning henvises til "Betonkonstruktioner efter DS411, 3.udg. af Bjarne Chr. Jensen", da dette ikke er behandlet i EC2.
- Med ovenstående undtagelser bestemmes vridning iht. 6.3.2.
- Ved kombineret af forskydning og vridning kombineres betonbidragene og stålbidragende hver for sig.

3.3 Deformationer

- Langtidsdeformationen bestemmes ved at summere de bidrag, der er til langtidsdeformationen, som er beskrevet nedenfor.
-

- Korttidsdeformationen bestemmes ved at bestemme korttidsdeformationerne ud fra differencen mellem korttids og langtidslasten, hvorefter langtidsdeformationen adderes.
- Ved beregning af tværsnittets urevnede og revnede stivhed regnes med at forholdet mellem spænding og tøjning er lineært for både beton og armering.

3.3.1 hensyntagen til tension stiffening

- Der medtages bidrag fra tension stiffening, som der åbnes mulighed for iht. afsnit 5.8.6 (5). Som det kritiske moment benyttes det moment der giver anledning til en overskridelse af trækspændingerne i bunden af tværsnittet for korttidstilstanden, mens det påsatte moment er taget fra henholdsvis kort- og langtidstilstanden.

3.3.2 Deformationer fra krybning

- Iht. 5.8.6 (4) indføres krybning ved, at proportionere tøjningsværdierne med faktoren $(1 + \phi)$.
- Iht. 3.1.4 (4) skal krybningens manglende linearitet tages i betragtning hvis betonens trykspænding til tiden t_0 overstiger $0,45f_{ck}(t_0)$. I programmet medtages aldrig krybningens manglende linearitet.
- Krybetallet kan bestemmes Iht. 3.1.4 (2), hvor henvisningen til annek B benyttes.

3.3.3 Deformationer fra svind

- Svindtøjningen bestemmes Iht. 3.1.4(6), hvor henvisningen til annek B benyttes. De tidsafhængige faktorer $\beta_{ds}(t, t_s)$ og $\beta_{as}(t)$ sættes på den sikre side til 1.
- Krumningen som følge af svind bestemmes Iht. 7.4.3(6).
- Udbøjningstillæget bestemmes efterfølgende ved $u = 1/8\kappa L_s^2$, som for en bjælke med konstant krumning.

3.4 Revnevidder

- Revnevidder bestemmes efter 7.3.4, hvor der som $f_{ct,eff}$ benyttes f_{ctm} , hvilket afsnit 7.1(2) giver mulighed for.

3.5 Minimumsarmering og afstand mellem armering

- Minimumsarmering og afstand mellem bøjler bestemmes Iht. 9.2.1 og 9.2.2.
 - Afstanden mellem langsgående armeringsstænger og dæklaget skal brugeren selv kontrollere.
-

4 Teoretisk baggrund - Kold tilstand

4.1 Bæreevne ved bøjning

I forbindelse med styrkeeftervisning af armerede betonsøjler og vægge anvendes den generelle metode i EC2's afsnit 5.8.6. Den generelle metode baserer sig på en ikke lineær arbejdskurve af betonen og en lineær elastisk ideal plastisk arbejdskurve af armeringen.

4.1.1 Betons karakteristiske arbejdskurve

Betonen arbejdskurve bestemmes iht. formel (3.14) i EC2's afsnit 3.1.5 ved

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}$$

hvor

$$k = 1,05 \frac{E_{cm} \varepsilon_{c1}}{f_{cm}}, \text{ hvor } E_{cm}, f_{cm} \text{ og } \varepsilon_{c1} \text{ fastlægges iht. EC2's tabel 3.1}$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}$$

I afsnit 5.8.6 (3) skal f_{cm} erstattes med f_{cd} og E_{cm} erstattes med $E_{cd} = E_{cm} / \gamma_c$. Dette betyder at den karakteristiske arbejdskurve for betonen bliver

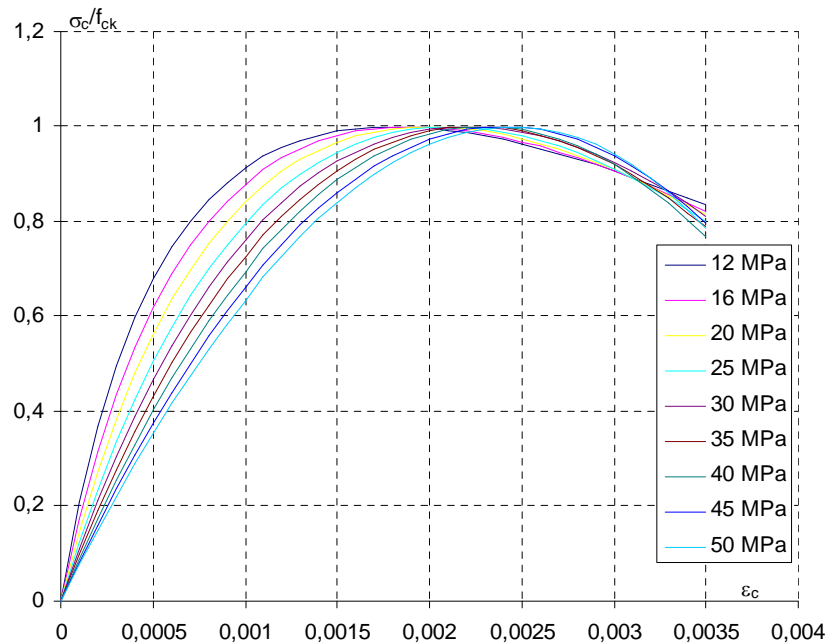
$$\frac{\sigma_c}{f_{ck}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}$$

hvor

$$k = 1,05 \frac{E_{cm} \varepsilon_{c1}}{f_{ck}}$$

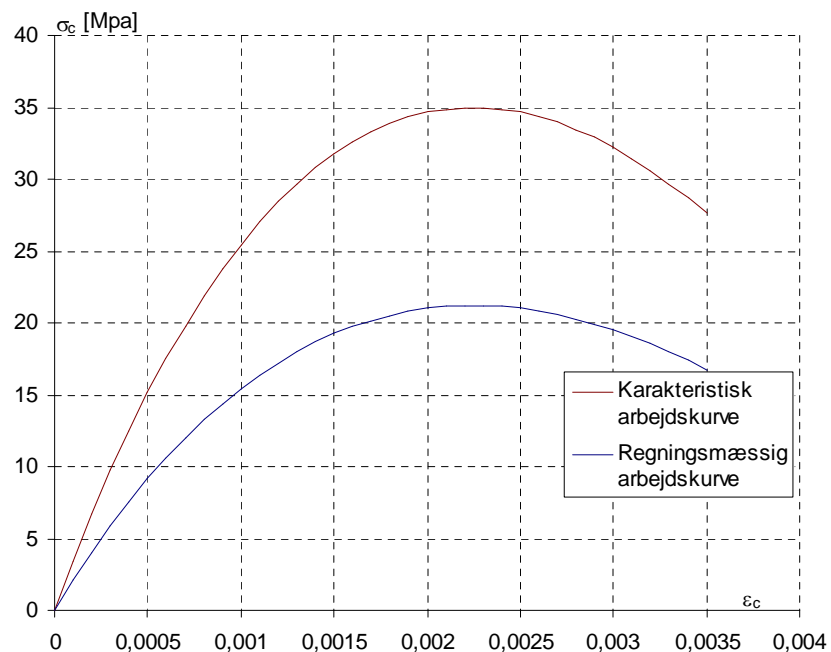
Denne funktion er plottet nedenfor i Figur 1. Det interessante ved arbejdskurven er at der indgår middel elasticitetsmodulet i stedet for det karakteristiske, som det ellers er anvendt igennem en årrække i DS-sammenhæng.

Det ses af Figur 1 at der for hver enkelt betontype er en specifikt bestemt arbejdskurve.



Figur 3 Arbejdskurve for beton ved forskellige betontrykstyrker.

I Figur 2 er arbejdskurven for en beton med en karakteristisk trykstyrke på 35 MPa plottet i anvendelsesstadiet og i brudstadiet. Kurverne er benævnt henholdsvis den karakteristiske arbejdskurve og den regningsmæssige arbejdskurve.



Figur 4 Karakteristisk og regningsmæssige arbejdskurve for en beton 35

Af Figur 1 ses det hvorledes stivheden af de svage betontyper er stivere relativt til styrken end de stærkere betoner.

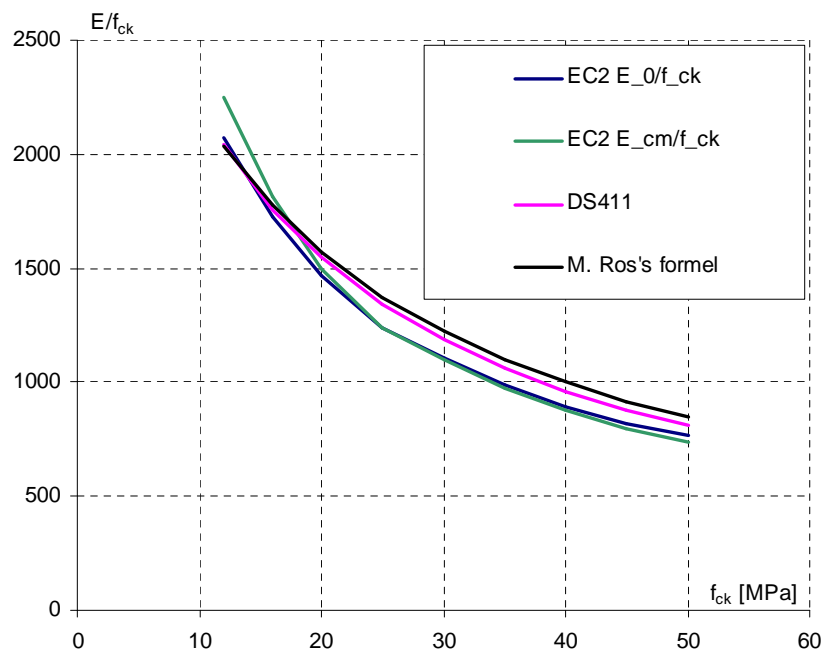
Sammenligner man stivheden af betonen med udtrykket fra DS411, der er givet ved

$$E_0 = 51000 \frac{f_{ck}}{13 + f_{ck}} \quad \text{DS411 3.2.5 (4)P}$$

fås en sammenhæng som vist i Figur 3.

I Figur 3 er der ligeledes medtaget en sammenligning af betons elasticitetsmodul, beregnet efter formlen foreslået af M. Ros¹.

$$E_0 = 55000 \frac{f_{ck}}{15 + f_{ck}}$$



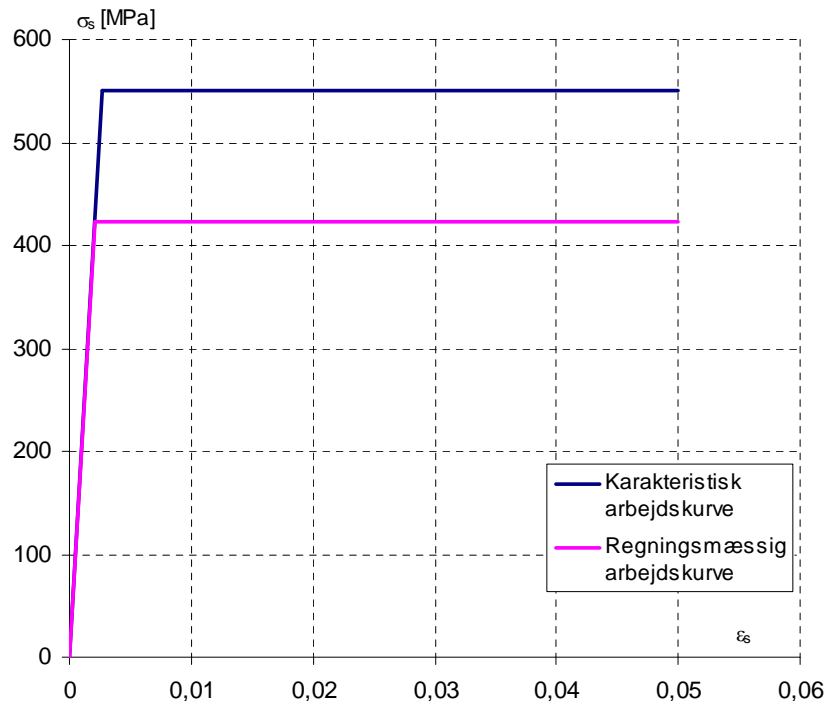
Figur 5 Betonens stivhed og dens afhængighed af trykstyrken sammenlignet med DS411.

Det ses at elasticitetsmodulet i EC2 stemmer rimeligt overens med Ros's formel.

4.1.2 Armeringens arbejdskurve

Armeringen opfattes som værende lineær elastisk ideal plastisk, som vist i Figur 4. I modsætning til i DS411 er stålets elasticitetsmodul det samme i anvendelsesgrænsetilstanden og i brudstadiet. Det antager værdien 200000 MPa.

¹ Sammenligningen med forsøg fremgår af Beton 1 del 1, M. P. Nielsen, Lyngby 1999



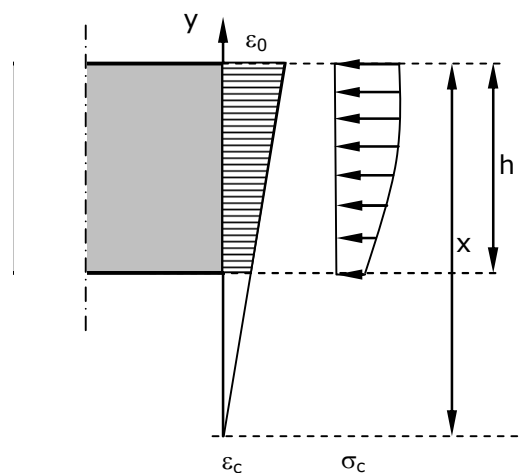
Figur 6 Stålets arbejdskurve med en karakteristisk flydeapænding på 550 MPa.

4.1.3 Tværsnitsanalyse

I nærværende afsnit beskrives, hvorledes et bjælketværsnits bæreevne bestemmes på baggrund af den generelle metode i EC2.

Først beregnes bidraget fra betonen i tryk. Det antages at betonens trækstyrke er nul. Herefter beregnes bidrag fra armeringen og sluttelig kobles alle bidrag i ligningerne for den statiske ækvivalens.

Betonbidraget



Figur 7 Definitioner, som anvendes ved tværsnitsanalyse

Trykspændingerne i betonen bestemmes ud fra

$$\sigma_c = \frac{k\varepsilon_c\varepsilon_{c1} - \varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c1}^2 + (k-2)\varepsilon_c\varepsilon_{c1}} f_{cd}$$

Variationen af spændingen over tværsnittet findes ved at indføre tøjningen ε som $\varepsilon_c = \frac{y}{x}\varepsilon_0 = t\varepsilon_0$, hvorved σ_c kan omskrives til

$$\sigma_c = \frac{\varepsilon_{c1}kt\varepsilon_0 - t^2\varepsilon_0^2}{\varepsilon_{c1}^2 + (k-2)\varepsilon_{c1}t\varepsilon_0} f_{cd} = \dots = \frac{1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{c1}}t}{1 + (k-2)\frac{t\varepsilon_0}{\varepsilon_{c1}}} tk \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{c1}} f_{cd}$$

For overskuelighedens skyld indføres følgende konstanter

$$A = \frac{\varepsilon_0}{k\varepsilon_{c1}}, \quad B = (2-k)\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{c1}}, \quad D = k \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{c1}} f_{cd}$$

Herved reduceres udtrykket for betonspændingen til

$$\sigma_c = Dt \frac{1-At}{1-Bt} = D \left\{ t - (a-b) \frac{t^2}{1-bt} \right\}$$

Ud fra ovenstående udtryk er det muligt at bestemme resultatanten af betonspændingerne i trykzonen, ved integration

$$N_c = bx \int_{\zeta}^1 \sigma_c dt$$

hvor

$$\zeta = \begin{cases} 0 & \text{for } x \leq h \quad (\text{Gælder for en ikke forspændt bjælke}) \\ \frac{x-h}{x} & \text{for } x > h \end{cases}$$

Indsættes udtrykket for σ_c fås, når b er bredden af tværsnittet

$$\begin{aligned} N_c &= bx D \int_{\zeta}^1 \left\{ t - (A-B) \frac{t^2}{1-Bt} \right\} dt \Leftrightarrow \\ N_c &= bx D \left[\frac{1}{2} t^2 + (A-B) \left\{ \frac{(1-Bt)^2}{2B^3} - \frac{2(1-Bt)}{B^3} + \frac{1}{B^3} \ln(1-Bt) \right\} \right]_{\zeta}^1 \Leftrightarrow \\ N_c &= bx D \left\{ \frac{1}{2} + \frac{(A-B)}{2B^3} \left\{ (1-B)^2 - 4(1-B) + 2 \ln(1-B) \right\} - \dots \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{1}{2} \zeta^2 - \frac{(A-B)}{2b^3} \left\{ (1-B\zeta)^2 - 4(1-B\zeta) + 2 \ln(1-B\zeta) \right\} \right] \right\} \Leftrightarrow \\ N_c &= \frac{1}{2} bx D \left(1 - \zeta^2 + \frac{(A-B)}{B^3} \left\{ B^2(1-\zeta^2) + 2B(1-\zeta) + 2 \ln \frac{1-B}{1-\zeta B} \right\} \right) \end{aligned}$$

Integralet kontrolleres ved differentiation

$$\begin{aligned} \frac{dN_c}{dt} &= bx^2 D \left[t + \frac{A-B}{B^3} \left\{ -B(1-Bt) + 2B - \frac{B}{1-Bt} \right\} \right] \Leftrightarrow \\ \frac{dN_c}{dt} &= bx^2 D \left[t + \frac{A-B}{B^3} \left\{ \frac{-B(1-Bt)^2 + 2B(1-Bt) - B}{1-Bt} \right\} \right] \Leftrightarrow \\ \frac{dN_c}{dt} &= bx^2 D \left[t + \frac{A-B}{B^3} \left\{ \frac{-B(1+B^2t^2-2Bt) + 2B - 2B^2t - B}{1-Bt} \right\} \right] = bx^2 D \left[t + \frac{A-B}{B^3} \left\{ \frac{-B^3t^2}{1-Bt} \right\} \right] \Leftrightarrow \\ \frac{dN_c}{dt} &= bx^2 D \left[t - (A-B) \left\{ \frac{t^2}{1-Bt} \right\} \right] = bx^2 \sigma_c \end{aligned}$$

Det ses at integralet er i orden.

Herefter kan afstanden y' fra resultantens placering til nullinien bestemmes.

Dette gøres ved at bestemme resultantens moment omkring nullinien.

$$\begin{aligned} y' N_c &= bx^2 \int_{\zeta}^1 t \sigma_c dt \Leftrightarrow \\ y' N_c &= bx^2 D \int_{\zeta}^1 \left\{ t^2 - (A-B) \frac{t^3}{1-Bt} \right\} dt \Leftrightarrow \\ y' N_c &= bx^2 D \left[\frac{1}{3} t^3 - (A-B) \left\{ \frac{(1-Bt)^3}{3B^4} - \frac{3(1-Bt)^2}{2B^4} + \frac{3(1-Bt)}{B^4} - \frac{1}{B^4} \ln(1-Bt) \right\} \right] \Big|_{\zeta}^1 \Leftrightarrow \\ y' N_c &= bx^2 D \left[\frac{1}{3} - \frac{(A-B)}{6B^4} \left\{ 2(1-B)^3 - 9(1-B)^2 + 18(1-B) - 6 \ln(1-B) \right\} - \dots \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{3} \zeta^3 + \frac{(A-B)}{6B^4} \left\{ 2(1-B\zeta)^3 - 9(1-B\zeta)^2 + 18(1-B\zeta) - 6 \ln(1-B\zeta) \right\} \right] \Leftrightarrow \dots \\ y' N_c &= \frac{1}{3} bx^2 D \left(1 - \zeta^3 - \frac{(A-B)}{2B^4} \left\{ -2B^3(1-\zeta^3) - 3B^2(1-\zeta^2) - 6B(1-\zeta) - 6 \ln \frac{1-B}{1-B\zeta} \right\} \right) \end{aligned}$$

Integraler kontrolleres ved differentiation.

$$\begin{aligned} \frac{dy' N_c}{dt} &= bx^2 D \left[t^2 - \frac{A-B}{B^4} \left\{ -B(1-Bt)^2 + 3B(1-Bt) - 3B + \frac{B}{1-Bt} \right\} \right] \Leftrightarrow \\ \frac{dy' N_c}{dt} &= bx^2 D \left[t^2 - \frac{a-b}{B^4} \left\{ \frac{-B(1-Bt)^3 + 3B(1-Bt)^2 - 3B(1-Bt) + B}{1-Bt} \right\} \right] \Leftrightarrow \\ \frac{dy' N_c}{dt} &= bx^2 D \left[t^2 - \frac{A-B}{B^4} \left\{ \frac{-B + 3B^2t - 3B^3t^2 - B^4t^3 + 3B + 3B^3t^2 - 6B^2t - 3B + 3B^2t + B}{1-Bt} \right\} \right] \Leftrightarrow \\ \frac{dy' N_c}{dt} &= bx^2 D \left[t^2 - (A-B) \left\{ \frac{t^3}{1-Bt} \right\} \right] = bx^2 t \sigma_c \end{aligned}$$

Det ses at integralet er i orden.

Resultantens placering målt fra nullinien kan herved bestemmes som

$$y' = \frac{y' N_c}{N_c} = \frac{2}{3} \frac{x \left(1 - \zeta^3 - \frac{(A-B)}{2B^4} \left\{ -2B^3(1-\zeta^3) - 3B^2(1-\zeta^2) - 6B(1-\zeta) - 6 \ln \frac{1-B}{1-B\zeta} \right\} \right)}{\left(1 - \zeta^2 + \frac{(A-B)}{B^3} \left\{ B^2(1-\zeta^2) + 2B(1-\zeta) + 2 \ln \frac{1-B}{1-\zeta B} \right\} \right)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{y'}{x} = \frac{2}{3} \frac{\left(1 - \zeta^3 - \frac{(A-B)}{2B^4} \left\{ -2B^3(1-\zeta^3) - 3B^2(1-\zeta^2) - 6B(1-\zeta) - 6 \ln \frac{1-B}{1-B\zeta} \right\} \right)}{\left(1 - \zeta^2 + \frac{(A-B)}{B^3} \left\{ B^2(1-\zeta^2) + 2B(1-\zeta) + 2 \ln \frac{1-B}{1-\zeta B} \right\} \right)}$$

For en bjælke uden forspænding eller tryknormal kræfter vil det altid være tilstrækkeligt at antage at $\zeta = 0$ svarende at der altid er træk i bunden af bjælken. Herved kan ovenstående formelsæt reduceres til:

$$\frac{y'}{x} = \frac{2}{3} \frac{\left(1 - \frac{(A-B)}{2B^4} \left\{ -2B^3 - 3B^2 - 6B - 6 \ln(1-B) \right\} \right)}{\left(1 + \frac{(A-B)}{B^3} \left\{ B^2 + 2B + 2 \ln(1-B) \right\} \right)}$$

$$\frac{N_c}{Bx^2 f_{cd}} = \frac{1}{2} \frac{D}{f_{cd}} \left(1 + \frac{(A-B)}{B^3} \left\{ B^2 + 2B + 2 \ln(1-B) \right\} \right)$$

Ved beregning af en bjælke, er den umiddelbare antagelse at tøjningen i toppen af bjælken er lig betonens brudtøjning. Benyttes denne antagelse er det muligt at beregne "arealet under spændingsblokken" og "placering af trykresultanten". Produktet af disse to bidrag svare derefter til betonens momentbidrag. Disse resultater er vist i *Tabel 1*.

Tabel 1 Standard parametre for betonens spændingsblok under forudsætning af at tøjningen i toppen af bjælken er lig brudtøjninge.

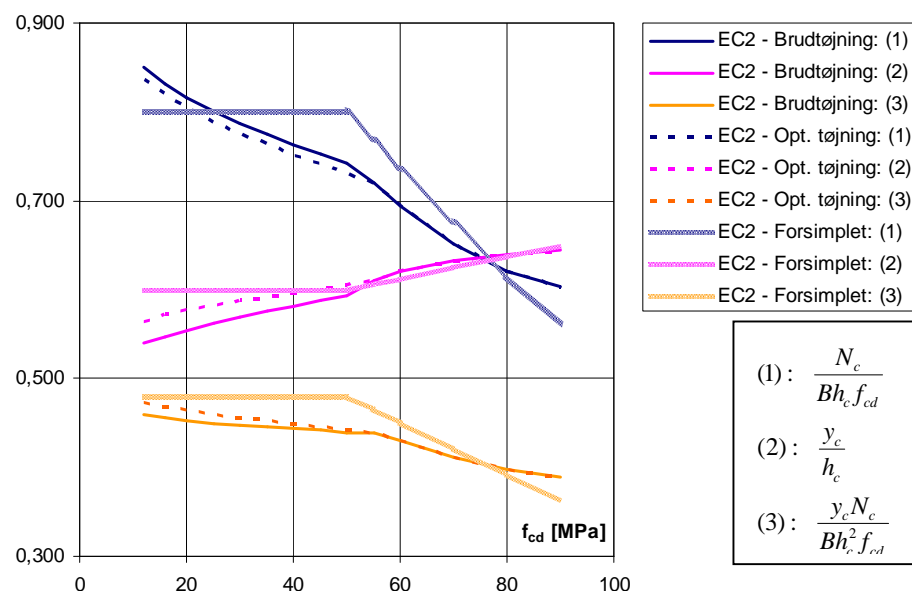
f_{ck} [MPa]	12	20	30	35	40	45	50	70	90
$\varepsilon_{c1}^{0/00}$	1,77	1,97	2,16	2,25	2,32	2,40	2,46	2,70	2,80
$\varepsilon_{cu1}^{0/00}$	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	2,8	2,8
$N_c/(Bf_{cd}x)$	0,851	0,817	0,787	0,774	0,763	0,752	0,742	0,651	0,603
$y'N_c/(Bf_{cd}x^2)$	0,459	0,452	0,447	0,445	0,444	0,442	0,440	0,412	0,389
y'/x	0,540	0,554	0,569	0,575	0,582	0,587	0,593	0,633	0,645

Den umiddelbare forventning om at tøjningen i toppen af bjælken er lig brudtøjningen, er ikke altid en korrekt antagelse. Der er i nedenstående tabel optimeret på brudtøjningen således at produktet af "arealet under spændingsblokken" og "placering af trykresultanten" bliver størst muligt. Generelt kan det ikke konkluderes at disse værdier er det mest optimale for tværsnittet, da armeringens placering og mængden af armering kan have væsentlig indflydelse på hvilken spændingsblok der giver den optimale bæreevne.

Tabel 2 Standard parametre for betonens spændingsblok ved en optimeret tøjning.

f_{ck} [MPa]	12	20	30	35	40	45	50	70	90
$\varepsilon_{c1}^{0/100}$	1,77	1,97	2,16	2,25	2,32	2,40	2,46	2,70	2,80
$\varepsilon_c^{0/100}$	2,6	2,8	3,0	3,1	3,1	3,2	3,3	2,8	2,8
$N_c/(Bf_{cd}x)$	0,837	0,804	0,776	0,765	0,751	0,743	0,736	0,651	0,603
$yN_c/(Bf_{cd}x^2)$	0,473	0,464	0,456	0,452	0,448	0,445	0,442	0,412	0,389
y/x	0,565	0,577	0,587	0,591	0,597	0,599	0,601	0,633	0,645

Disse værdier er plottet i Figur 8 sammen med værdierne fra EC2, for en rektangulær spændingsblok. Det vandrette plateau er identisk med de værdier der benyttes i DS411. På figuren ses at der er væsentlige forskelle mellem spændingsblokken i DS411 og EC2. Det må ud fra nedenstående forventes at der findes mindre momentkapaciteter ved betonstyrker med en karakteristisk værdi omkring 50MPa, da både betonens "arealbidrag" og "momentbidrag" er faldet.

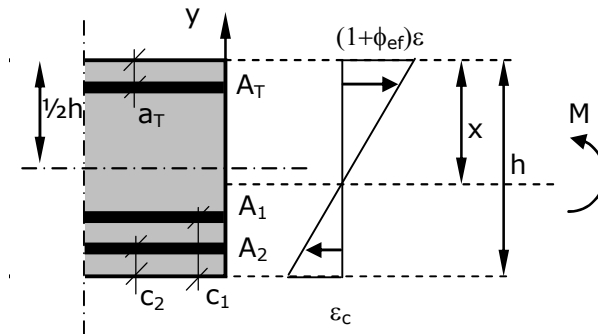


Figur 8 Standard parametre for betonens spændingsblok iht. EC2 og DS411.

4.1.4 Armeringsbidrag

Ved beregning af armeringsbidraget, skal der tages hensyn til krybningen. Det gøres ved at øge betonens tøjning med faktoren $1 + \phi_{ef}$. Dette for ikke indflydelse på betonens spændingsblok, men på de samhørende armeringstøjninger og udbøjninger.

Tværsnittet der benyttes har et lag trykstænger med et areal A_T og to lag trækstænger A_1 og A_2 med den geometriske placering givet ved c_T , c_1 og c_2 .



Figur 9 Bestemmelse af armeringens bidrag til den statiske ækvivalens

For en given værdi af den variable x og betonens tøjning i tværsnittets overkant ϵ kan tøjningerne i træklaget ϵ_T og i tryklagene 1 og 2 ϵ_1 og ϵ_2 bestemmes ved.

$$\epsilon_T = (1 + \phi_{ef}) \epsilon_0 \frac{x - c_T}{x}$$

$$\epsilon_1 = (1 + \phi_{ef}) \epsilon_0 \frac{h - x - c_1}{x}$$

$$\epsilon_2 = (1 + \phi_{ef}) \epsilon_0 \frac{h - x - c_2}{x}$$

Flydespændingen i armeringen er givet af den mindste værdi af flydespændingen og tøjningen gange elasticitetsmodulet. Derved er normalkræfterne i armeringen givet ved.

$$N_T = \min \left\{ \frac{x - c_T}{x} (1 + \phi_{ef}) \epsilon_0 A_T E_{sc} \quad ; \quad A_T f_{y cd} \right\}$$

$$N_1 = \min \left\{ \frac{h - x + c_1}{x} (1 + \phi_{ef}) \epsilon_0 A_1 E_{sc} \quad ; \quad A_1 f_{y cd} \right\}$$

$$N_2 = \min \left\{ \frac{h - x - c_2}{x} (1 + \phi_{ef}) \epsilon_0 A_2 E_{sc} \quad ; \quad A_2 f_{y cd} \right\}$$

4.1.5 Statisk ækvivalens

Det er nu muligt at opstille ligningerne for den statiske ækvivalens, som vil bestemme tværsnittets bæreevne. Først opstilles projektligningen, der beskriver sammenhængen mellem tøjningen i tværsnittets top og nullinie-dybden x .

$$\rightarrow: \quad 0 = -N_T + N_1 + N_2 - N_c$$

Der er uendelig mange kombinationer af tøjning og nullinje dybde, som opfylder vandrette projektion. Programmet finder den optimale løsning med hensyn til momentkapaciteten der kan bestemmes ved nedenstående ligning.

$$M_b = N_T(x - c_T) + N_1(h - x - c_1) + N_2(h - x - c_2) + N_c y'$$

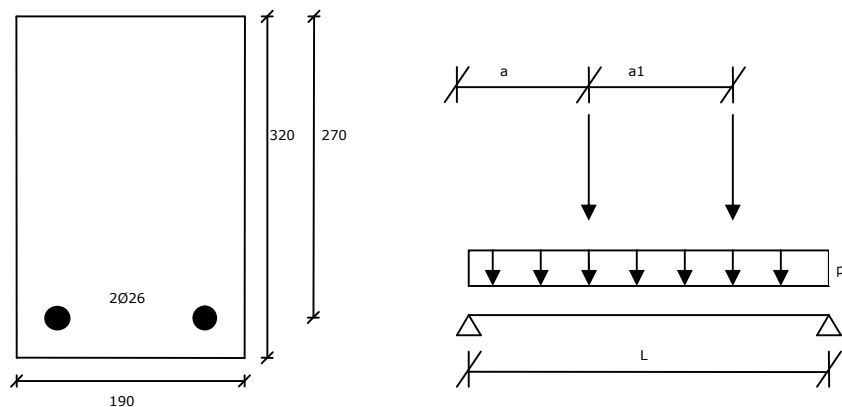
4.1.6 Sammenligninger med forsøg

Der er nedenfor udført en meget begrænset sammenligning med forsøg. Forsøgende der er benyttet i nærværende sammenligning er illustreret i Tabel 3 og Figur 10

Tabel 3 - Forsøgsdata fra DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON, Hæfte 151, af Fritz Leonhardt og René Walther, Berlin 1962

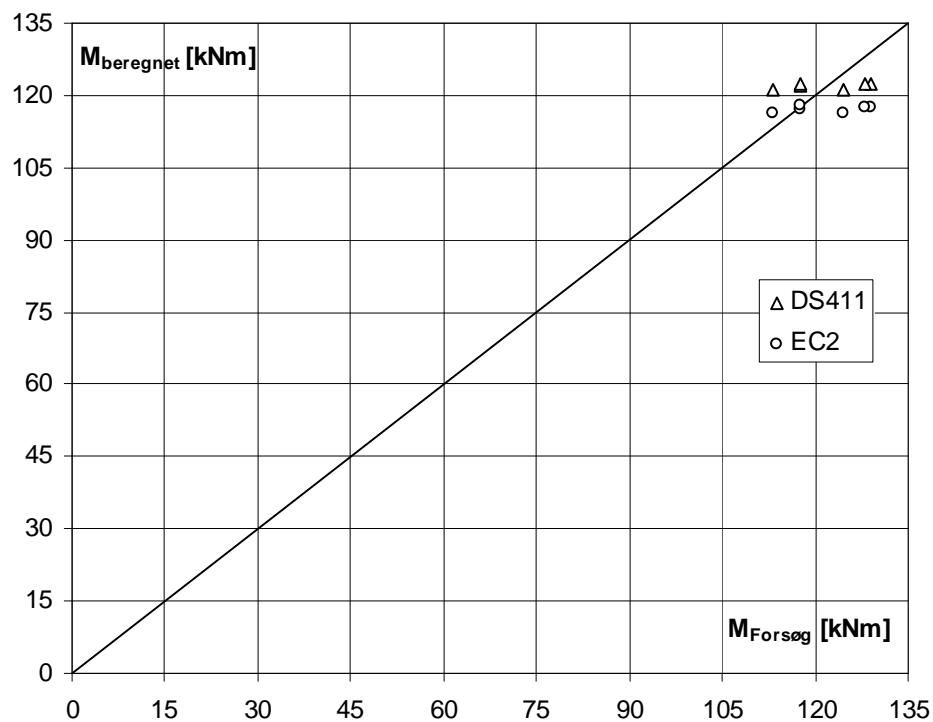
Forsøg	L [m]	f_{yk} [Mpa]	f_{ck} [Mpa]	p [kN/m]	P [kN]	a [m]	a_1 [m]
9-1	5,8	474	38,2	1,47	58,9	1,89	2,02
9-2	5,8	474	39,4	1,47	58,9	1,89	2,02
10-1	4,7	474	36,1	1,47	50,6	2,16	0,4
10-2	4,7	474	36,1	1,47	55,0	2,19	0,4

Forsøg	L [m]	f_{yk} [Mpa]	f_{ck} [Mpa]	p [kN/m]
17-1	6,0	474	38,9	13,7
17-2	6,0	474	38,9	13,7



Figur 10 Tværsnit og forsøgsopstilling tilhørende Tabel 3

Der er udført en sammenligning med momentet ved forsøg og beregnede værdier iht. DS411 og EC2. Det ses at for nærværende tværsnit at de beregnede værdier fra EC2 er lidt mindre end dem beregnet ved DS411.



Tabel 4 - Sammenligning af momenter ved forsøg og beregning med hhv. DS411 og EC2.

4.2 Bæreevne ved kombineret forskydning og vridning

Undersøgelsen af bjælkens forskydningsbæreevne foretages under hensyntagen til vridningsbidraget. Idet forskydningskraften kan placeres excentrisk i forhold til bjælkens centerlinie, skal bøjlearmeringen og betontværsnittet, udover at optage forskydningskraften, også optage vridningsmomentet.

4.2.1 Forskydning

Effektivitetsfaktoren for forskydning er jf. EC2 DK NA:2007 (5.103Na)

$$v = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200}$$

Først bestemmes bæreevnen af bøjlerne, når bjælken er påvirket alene af forskydning. For bjælker med lodrette bøjler bestemmes bæreevnen som

$$V_{Rd} = \min \begin{cases} \frac{A_{sw}}{s} z \cdot f_{ywd} \cdot \cot(\theta) & \text{Bøjler} \\ \frac{a_{cw} b_w z v_1 f_{cd}}{\cot(\theta) + \tan(\theta)} & \text{Beton} \end{cases}$$

Hvor den øverste ligning antager flydning i bøjlearmeringen, mens den nederste ligning antager trykbrud i betonen.

Idet bjælken ikke er påvirket af normalkræfter kan koefficienten a_{cw} sættes lig 1,0, jf. EC2-1-2:2005 afsnit 6.2.3(3) NOTE 3, og v_1 sættes lig v .

4.2.2 Vridning

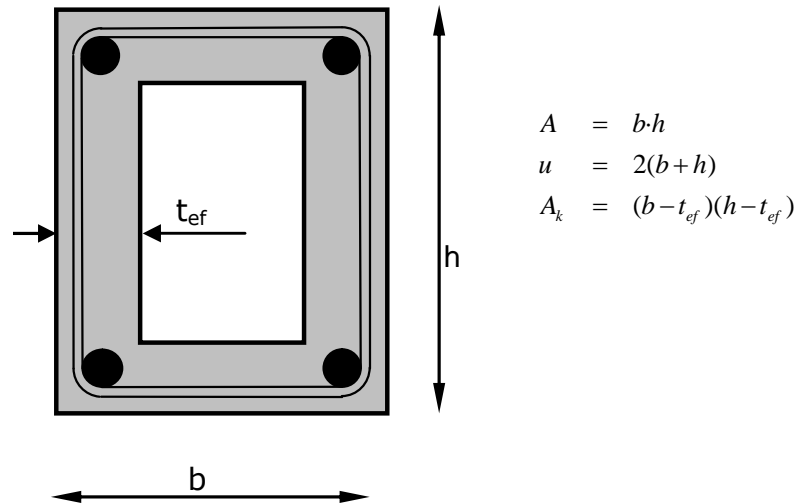
Effektivitetsfaktoren for vridning er jf. EC2 DK NA:2007 (5.104Na)

$$v = 0,7 \left(0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \right)$$

Er bøjlerne alene vridningspåvirket bestemmes bæreevnen som den mindste af følgende to udtryk:

$$T_{Rd} = \min \begin{cases} \frac{A_{sw}}{s} A_k \cdot f_{ywd} \cdot \cot(\theta) & \text{Bøjler} \\ 2v \cdot a_{cw} \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{ef} \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) & \text{Beton} \end{cases}$$

Den øverste ligning forudsætter flydning i armeringen, men den nederste ligning forudsætter trykbrud i betonen.



Figur 11 Tværsnit påvirket til vridning.

t_{ef} er den effektive vægtykkelse. t_{ef} kan regnes til A/u , men bør ikke regnes mindre end to gange afstanden mellem betonens yderkant og længdearmeringens midtpunkt.

Det bør bemærkes at vridningsbidraget til bøjler ikke specifikt er nævnt i EC2 men beregnes i programmet, samt at der er set bort fra vridningens bidrag til længdearmeringen ved moment maks. Længdearmeringen behandles for forankring som beskrevet i næste afsnit.

4.2.3 Kombineret vridning og forskydning

Når bjælken påvirkes af kombineret forskydning og vridning, skal det eftervises, at nedenstående udtryk er opfyldt. Som det fremgår, kan vridningsmomentet udtrykkes ved forskydningskraften. Således kan forskydningskraften isoleres og forskydningsbæreevnen bestemmes. Nedenstående beregning gennemføres både for flydning i armering og for trykbrud i betonen.

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \leq 1,0 \quad , \quad T_{Ed} = V_{Ed} \cdot e \quad \Leftrightarrow$$

$$V_{Ed} \left(\frac{e}{T_{Rd,c}} + \frac{1}{V_{Rd,c}} \right) \leq 1,0$$

$$V_{Ed} \left(\frac{e \cdot V_{Rd,c}}{T_{Rd,c} \cdot V_{Rd,c}} + \frac{T_{Rd,c}}{T_{Rd,c} \cdot V_{Rd,c}} \right) \leq 1,0$$

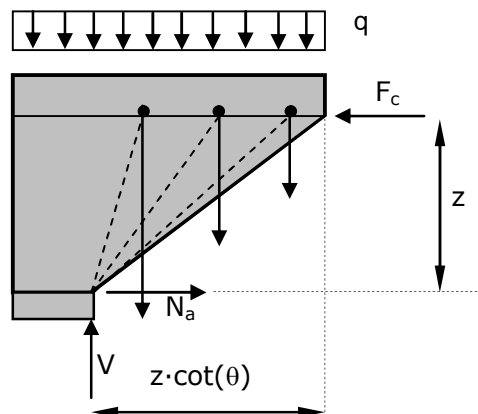
$$V_{Ed} \leq \frac{T_{Rd,c} \cdot V_{Rd,c}}{V_{Rd,c} \cdot e + T_{Rd,c}}$$

4.3 Beregning af forankringskraft

Forankringskraften bestemmes for henholdsvis forskydning og vridning, hvor efter de kombineres. Første behandles forankringskraften for forskydning, hvorefter denne del af beregning benyttes til bestemmelse af vridningskraften.

Programmet benytter altid den maksimale reaktion fra den regningsmæssige last, når forankringskraften beregnes. Derfor beskriver beregningerne fra forskydningsberegningen ikke nødvendigvis bjælkens bæreevne.

4.3.1 Forankringskraft ved ren forskydning



Figur 12 Forankringskraft ved ren forskydning.

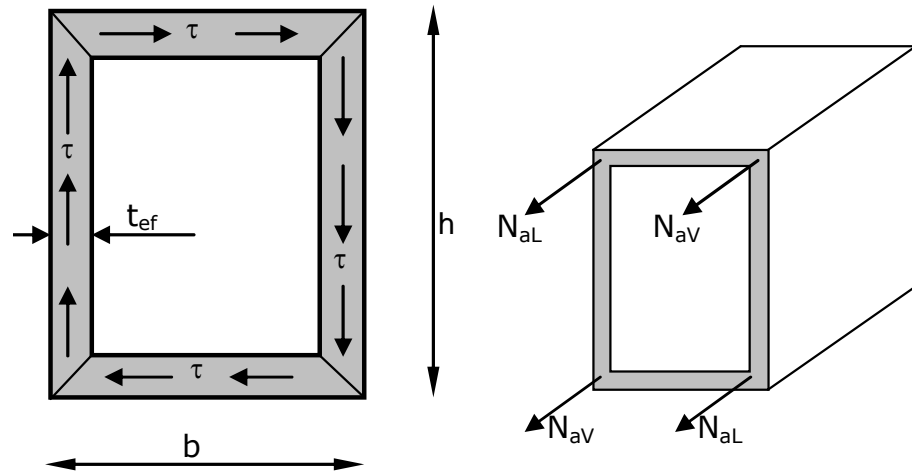
Forankringskraften ved forskydning bestemmes ved at betragte Figur 12. Underforudsætning af at der er tilstrækkelig med bøjler til at den resulterende kraft angriber $\frac{1}{2} \cdot z \cdot \cot(\theta)$ fra vederlaget kan forankringskraften bestemmes som.

$$N_{aF} = \frac{\frac{1}{2} \cdot z \cdot \cot(\theta)}{z} V = \frac{1}{2} \cdot V \cdot \cot(\theta)$$

4.3.2 Forankring ved ren vridning

Ved vridningsoptagelse er det antaget at tværsnittet virker som et tyndfliget tværsnit som vist på Figur 13. For at kunne bestemme forankringskraften skal det først bestemmes hvorledes vridningen fordeler sig på tværsnittene. Den samlede vridning som funktion af forskydningsspændingerne τ kan bestemmes som.

$$\begin{aligned} T &= V_L (b - t) + V_V (h - t) \\ &= \tau \cdot t \cdot (h - t)(b - t) + \tau \cdot t \cdot (b - t)(h - t) \\ &= 2t(h - t)(b - t)\tau \end{aligned}$$



Figur 13 Tværsnit påvirket til vridning.

Dette er ensbetydende med

$$\tau = \frac{T}{2t(h-t_{ef})(b-t_{ef})}$$

Forskydningskraften i hver af de fire skiver kan nu bestemmes som.

$$V_L = \frac{T}{2t_{ef}(h-t_{ef})(b-t_{ef})} \cdot t \cdot (h-t_{ef}) = \frac{T}{2(b-t_{ef})}$$

$$V_V = \frac{T}{2t_{ef}(h-t_{ef})(b-t_{ef})} \cdot t_{ef} \cdot (b-t_{ef}) = \frac{T}{2(h-t_{ef})}$$

Forankringskraften i de fire hjørner kan nu bestemmes på samme måde som vist på Figur 12, hvor z udskiftes med hhv. $(b-t)$ og $(h-t)$. Herefter kan forankringskraften i hjørnerne bestemmes som.

$$N_{aL} = \frac{T}{4(b-t_{ef})} \cdot \cot(\theta)$$

$$N_{aV} = \frac{T}{4(h-t_{ef})} \cdot \cot(\theta)$$

4.3.3 Kombineret forankring

Der forankring der opgives i programmet er givet som forankringen i bunden af bjælken. Forankringskraften er principielt $N_a = N_{aF} + N_{aL} + N_{aV}$. På den sikre side i programmet bestemmes kraften som vist nedenfor, således at forankringskraften kan deles i to og fordeles mellem de to hjørner.

$$N_a = N_{aF} + 2 \cdot \max\{N_{aL}; N_{aV}\}$$

4.4 Beregning af stivhed

Ved beregning af stivhed skelnes mellem fire forskellige tilfælde. De forskellige tilfælde er vist i nedenstående tabel. I de to følgende afsnit beskrives kort hvordan stivheden beregnes af et urevnet og revnet tværsnit med krybning. Såfremt der regnes uden krybning gælder de samme metoder, hvis krybetallet sættes til nul. Fælles for de to metoder er at der benyttes en lineærelastisk model.

I ovenstående beregninger sættes poissons forhold til 0, selvom der i afsnit 3.1.3 (4) er beskrevet at det kan variere mellem 0,2 og 0 for henholdsvis urevnet og revnet tværsnit.

Tabel 5 DS/EN 1990:2007 - Tabel A1.4

	Urevnet tværsnit	Revnet tværsnit
Korttid (Ingen krybning)	$EI_{k,U}$	$EI_{k,R}$
Langtid (Med krybning)	$EI_{L,U}$	$EI_{L,R}$

4.4.1 Bidrag fra krybning

I forbindelse med den lineærelastiske model medtages krybning ved at brugeren af beregner en værdi af α , som er forholdet mellem armeringens elasticitetsmodul og betonens elasticitetsmodul. Grunden til at dette er den mest rationelle måde at behandle anvendelsesstadiet, er at den udbøjning, revnevidde man ofte ønsker at beregne i anvendelsesstadiet er for en kombination af korttids og langtidslast. I den forbindelse er det langtidslasten der give anledning til krybning.

Krybning behandles i EC2 afsnit 3.1.4. I noten til punkt 2 gives der mulighed for at benytte annek B. Denne mulighed benyttes i programmet. Her bestemmes det teoretiske krybetal ved.

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad \text{EC2 B.2}$$

Her bestemmes faktorer, der tager højde for den relative fugtighed, ved

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH / 100\%}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \right] \quad \text{for } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \quad \text{EC2 B.3a}$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH / 100\%}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \right] \alpha_1 \alpha_2 \quad \text{for } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \quad \text{EC2 B.3b}$$

Hvor

$$\alpha_1 = [35 / f_{cm}]^{0,7} \quad \alpha_2 = [35 / f_{cm}]^{0,2} \quad \text{EC2 B.8c}$$

$$h_0 = 2A_c / b \quad \text{EC2 B.6}$$

og faktoren der tager hensyn til betonstyrken som

$$\beta(f_{cm}) = 16,8 / \sqrt{f_{cm}} \quad \text{EC2 B.4}$$

mens den tidsafhængige faktor bestemmes som. Det skal i den forbindelse bemærkes at det i programmet altid er valgt en cementtype N, hvilket medfører at $\alpha = 0$.

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha = t_{0,T} \quad \text{EC2 B.9}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}} \quad \text{EC2 B.5}$$

4.4.2 Beregning af urevnet stivhed

Beregningen af stivheden i det urevnedede tværsnit beskrives kort nedenfor. I tabellen svarer i til indekser, hvor T står for stålet i trykzonen, 1 det første lag trækarmring, 2 det andet lag trækarmring og B betonen. Resultaterne er Inertimomentet I for tværsnittet og stålets statiske moment om tyngdepunktet S.

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm} / (1 + \phi)}$$

<i>i</i>	$A_i^* [mm^2]$	$y_i [mm]$	$A_i^* y_i [mm^3]$	$I_i [mm^4]$	$S_i [mm^3]$
T	αA_T	$c_i - 1/2h$	$A_T^* y_T$	$A_T^* \cdot (y_T - y^*)^2$	$A_T^* \cdot (y_T - y^*)$
1	αA_1	$1/2h - c_1$	$A_1^* y_1$	$A_1^* \cdot (y_1 - y^*)^2$	$A_1^* \cdot (y_1 - y^*)$
2	αA_2	$1/2h - c_2$	$A_2^* y_2$	$A_2^* \cdot (y_2 - y^*)^2$	$A_2^* \cdot (y_2 - y^*)$
B	$b \cdot h$	0	$A_B^* y_B$	$1/12 b h^3 + A_B^* \cdot y^{*2}$	
	ΣA_i^*		$\Sigma A_i^* y_i$	ΣI_i	ΣS_i

$$y^* = \frac{\Sigma A_i^* y_i}{\Sigma A_i^*}$$

$$EI_U = E_{cm} / (1 + \phi) \cdot I$$

Afsluttende beregnes det kritiske moment, der er momentet der medfører den første revne. Til beregningen af momentet benyttes f_{cm} som den spænding i undersiden af bjælken der giver anledning til den første revne.

$$M_{cr} = \frac{I \cdot f_{cm}}{h/2 - y^*}$$

4.4.3 Beregning af revnet stivhed

Beregningen af stivheden i det revnede tværsnit beskrives kort nedenfor. I tabellen svar i til indekser, hvor T står for stålet i trykzonen, 1 det første lag trækarmring, 2 det andet lag trækarmring og B betonen. Resultaterne er transformererede inertimomentet I for tværsnittet og stålets transformerede statiske moment om tyngdepunktet S . Som indgang i tabellen skal y' kendes, men den kan beregnes ved at løse følgende ligning $y' = \Sigma A_i^* y_i / \Sigma A_i^*$.

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm} (1 + \phi)}$$

i	$A_i^* [mm^2]$	$y_i [mm]$	$A_i^* y_i [mm^3]$	$I_i [mm^4]$	$S_i [mm^3]$
T	αA_T	c_t	$A_T^* y_T$	$A_T^* \cdot (y_T - y')^2$	$A_T^* \cdot (y_T - y')$
1	αA_1	$h - c_1$	$A_1^* y_1$	$A_1^* \cdot (y_1 - y')^2$	$A_1^* \cdot (y_T - y')$
2	αA_2	$h - c_2$	$A_2^* y_2$	$A_2^* \cdot (y_2 - y')^2$	$A_2^* \cdot (y_T - y')$
B	$b \cdot y'$	$\frac{1}{2} y'$	$A_T^* y_T$	$\frac{1}{12} b h^3 + A_B^* \cdot y'^2$	
	ΣA_i^*		$\Sigma A_i^* y_i$	ΣI_i	ΣS_i

$$y' = \frac{\Sigma A_i^* y_i}{\Sigma A_i^*}$$

$$EI_U = E_{cm} / (1 + \phi) \cdot I$$

4.4.4 Beregning af stivhed incl. tension stiffening

Tensionstiffning er beskrevet i EC2 afsnit 7.4.2 pkt (3), hvor der står at for konstruktioner hvor spændingstilstanden bevirker at konstruktionselementet er et sted mellem fuldt revnet og urevnet, da kan udbøjningen bestemmes ud fra formel 7.18

$$u = \zeta u_{revnet} + (1 - \zeta) u_{urevnet}$$

hvor

ζ er fordelingskoefficient, der tager hensyn til tension stiffening og den bestemmes ved

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (7.19)$$

For urevnet tværsnit er $\zeta = 0$, hvilket vil sige at der ikke er en kontinuert overgang mellem revnet og urevnet for $\beta = 0,5$.

- β er en koefficient der tager hensyn til lastvarigheden. For vægge og søjler, hvor en stor andel af lasten som regel er egenvægt skal β sættes til 0,5, hvilket altid benyttes i programmet.
- σ_s er spændingen i trækarmringen beregnet ud fra en antagelse om at tværsnittet er fuldt revnet.
- σ_{sr} er spændingen i trækarmringen beregnet ud fra en antagelse af urevnet tværsnit, men påvirket af den last der netop forårsager den første revne. Dette betyder at σ_{sr} bestemmes ved at bestemme den spænding trækarmringen der skal til at fremkalde spændingen f_{ctm} i den nederste betonfiber.
- u_R er udbøjningen bestemt ud fra det revnede tværsnit.
- u_U er udbøjningen bestemt ud fra det urevnede tværsnit.

For ren bøjning kan ovenstående formel simplificeres til

$$\frac{1}{EI} = \zeta \frac{1}{EI_R} + (1 - \zeta) \frac{1}{EI_U}$$

Hvor

- EI_R er det revnede stivhed.
- EI_U er det urevnede stivhed.

Det er vigtigt at gøre sig klart, at ved at medtage tension stiffening i beregning af udbøjning, da vil de beregnede udbøjninger og spændinger ikke angive en statisk ækvivalent løsning. Programmet opgiver spændingerne svarer til tværsnit med revner.

4.5 Svind

4.5.1 Svindtøjning

Svind behandles i EC2 afsnit 3.1.4. I punkt 6 forklares at den totale svindtøjning bestemmes som summen af udtørringssvind og autogent svind.

Autogent svind

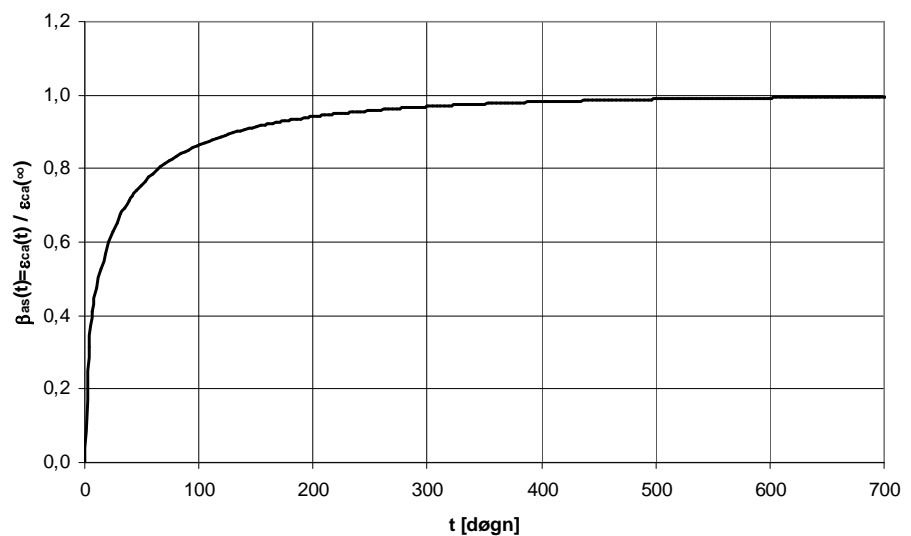
Det tidsafhængige autogente svind findes ved følgende formel.

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) \quad \text{EC2 3.12}$$

Den tidsafhængige faktor der benyttes til at bestemme det autogente svind er $\beta_{as}(t)$. Formlen er som vist nedenfor.

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot \sqrt{t}) \quad \text{EC2 3.12}$$

På den sikre side sættes $\beta_{as}(t)$ for det autogente svind til 1, svarende til at tiden går i mod uendelig. Den tidsafhængige variation af $\beta_{as}(t)$ er vist i *Figur 14*. På figuren ses at det allerede efter et år er en god tilnærmelse at antage at $\beta_{as}(t) = 1$.



Figur 14 Tøjning fra autogent svind som funktion af tiden.

Baseret på nedenstående formel kan det autogente svind for tiden uendelig beregnes.

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad \text{EC2 3.12}$$

Udtørnings svind

Udtørningssvindet er afhængigt af tre parametre, der beskriver henholdsvis tiden, tværsnittet og betonen. Faktoren der beskriver tværsnittets bestemmes nedenfor.

$$h_0 = \frac{2A_c}{b} \quad (3.10)$$

k_h bestemmes ved iteration i tabel 3.3

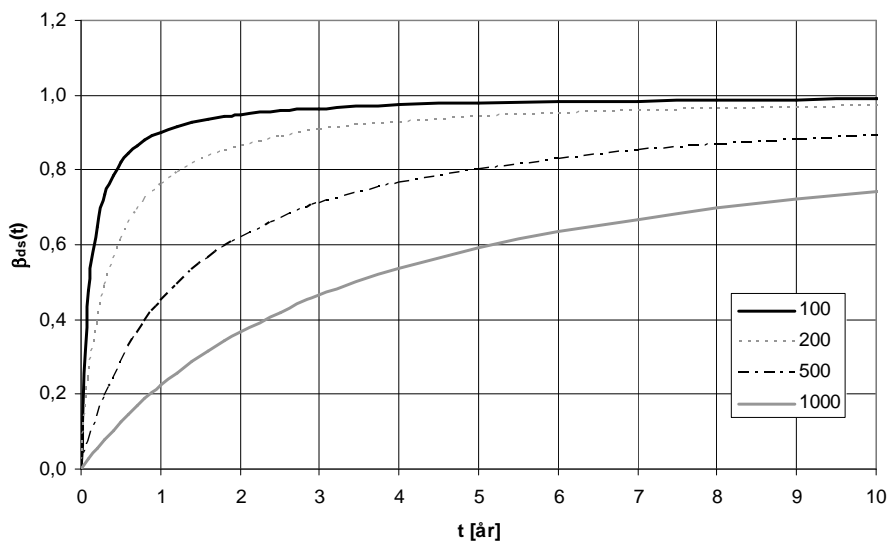
h_0	100	200	300	≥ 500
k_h	1	0,85	0,75	0,7

(Tabel 3.3)

Den eneste tidsafhængige faktor der benyttes til at bestemme udtørningssvindet er $\beta_{ds}(t)$.

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,04\sqrt{h_0^3}} \quad (3.10)$$

På den sikre side sættes $\beta_{ds}(t)$ til en, i det det forudsættes at betonens alder på det betragtede tidspunkt t er meget større end t_s som er betonens alder ved begyndelse af udtørningssvindet. Den tidsafhængige faktor er vist på Figur 15 for forskellige teoretiske højder af tværsnittet h_0 . Det ses at denne antagelse er god for almindelige husbygningskonstruktioner, hvor h_0 svare til tykkelse på en væg eller en dæk konstruktion og halvdelen af bredden for et kvadratisk tværsnit.



Figur 15 Den tidsafhængige faktor for udtørningssvind som funktion af h_0 .

Tøjningen $\varepsilon_{cd,0}$ bestemmes ifølge noten i afsnit 3.1.4(6) bestemmes iht. annek B. For Cementklasse N er $\alpha_{ds1} = 4$ og $\alpha_{ds2} = 0,12$

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{100\%} \right)^3 \right] \quad (\text{B.12})$$

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp \left(-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{10MPa} \right) \right] \quad (\text{B.11})$$

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (\text{3.9})$$

Det totale svind

Det totale svind tøjning bestemmes nu som summen af henholdsvis det autogene svin og svindet fra udtørring.

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cd}(t) + \varepsilon_{ca}(t)$$

4.5.2 Svinddeformation

I EC2 afsnit 7.4.3 (6) beskrives hvorledes svind bidrager til udbøjningen. Måden hvorved svind medtages er ved at søjlen eller væggen får et udbøjningstil-læg for svind, som beregnes ved

$$u_s = \frac{1}{8} \varepsilon_{cs} \frac{S}{I} L_s^2$$

u_s er udbøjningstillægget fra svind

ε_{cs} er den frie svindtøjning, der bestemmes iht. afsnit 3.1.4 i EC2

S er det transformerede statiske moment af armeringen om tværsnittets tyngdepunkt

I er tværsnittets transformerede inertimoment for henholdsvis revnet og urevnet stadiet

I tilfælde af at der er tale om et assymetrisk armeret tværsnit, hvor spændingstilstanden i tværsnittet bevirker at tværsnittet er et sted mellem urevnet og fuldt revnet bestemmes u_s som

$$u_s = \frac{1}{8} \varepsilon_{sc} \left(\zeta \frac{S_{L,R}}{I_{L,R}} + (1 - \zeta) \frac{S_{L,U}}{I_{L,U}} \right) L_s^2$$

4.6 Revnevidder

Revnevidder bestemmes iht. afsnit 7.3.4. Revnevidderne bestemmes ud fra en antagelse om at tværsnittet er fuldt revnet. Dette betyder at de beregnede udbøjninger og revnevidder ikke svarer til den samme spændingstilstand.

Den maksimale revnevidde bestemmes ud fra EC2's formel (7.8):

$$w_k = s_{r,maks}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

- $s_{r,maks}$ er den maksimale revneafstand
 ε_{sm} er middeltøjningen i armeringen under den relevante lastkombination, inklusiv virkningen af tvangsdeformationer og under hensyntagen til virkningen fra tension stiffening.
 ε_{cm} er middeltøjningen i betonen mellem revnerne

Forskellen mellem ε_{sm} og ε_{cm} kan beregnes som

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

- σ_s er spændingen i trækarmingen under antagelse af revnet tværsnit
 α_e E_s/E_{cm}
 $\rho_{p,eff}$ er armeringsforholdet bestemt som $A_s / (b \cdot h_{c,eff})$
 $h_{c,eff}$ $\min \{ 2,5(h - d_{eq}) ; (h - x)/3 ; h/2 \}$
 k_t 0,4 for langtidsbelastning og 0,6 for korttidsbelastning

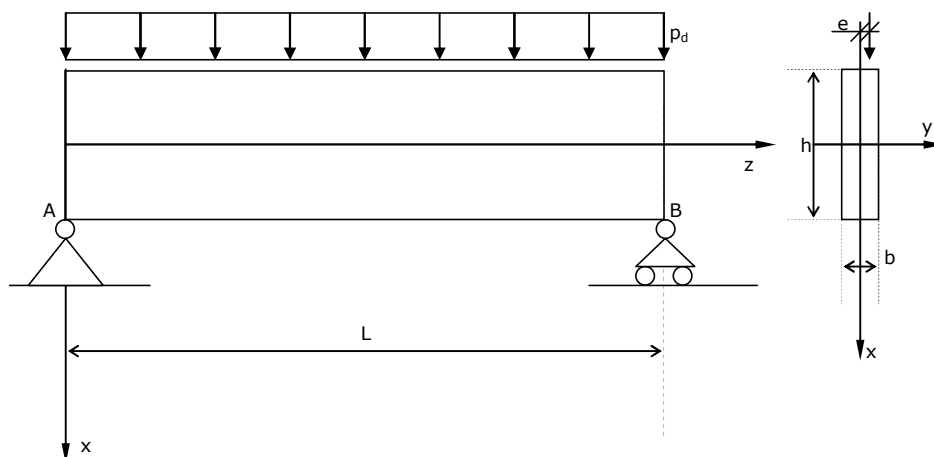
Den maksimale revneafstand beregnes som

$$s_{r,maks} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi_{eq}}{\rho_{p,eff}} \leq 1,3 \cdot (h - x)$$

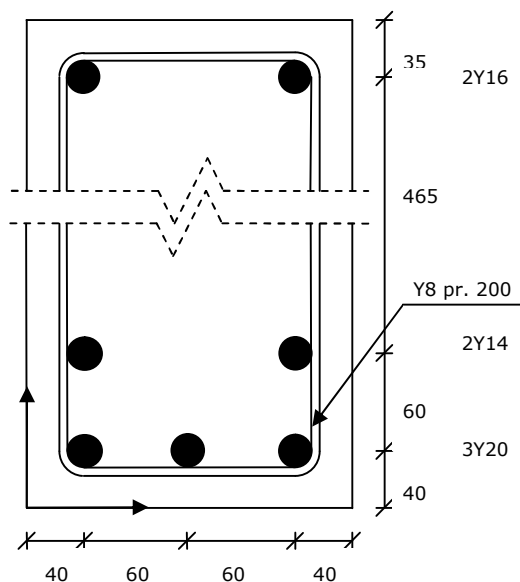
- k_1 0,8 (for armering med stor vedhæftning)
 k_2 0,5 (for bøjning)
 k_3 3,4
 k_4 0,425
 c Er dæklaget over længdearmingen
 ϕ_{eq} Er den ækvivalente armeringsdiameter for armeringen i trækzonen
 $\phi_{eq} = (n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2) / (n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2)$
 h Tværsnittets højde
 x Afstanden for toppen af tværsnittet til nullinjen

5 Beregningseksempel - Kold tilstand

I nærværende eksempel foretages en beregning af en betonbjælke med et tværsnit som vist på *Figur 17*. Bjælken er simpelt understøttet med et spænd på 10,0m. bjælken er belastet af en jævnt fordelt fladelast som er nærmere beskrevet i afsnit 5.1 Belastning. Betonen der benyttes er en beton 40, og længdearmeringen har en brudstyrke på 550MPa mens bøjlernes flydestyrke er 410MPa. Bjælken er placeret i passivt miljø.



Figur 16 Statische system, samt belastning



Figur 17 Søjletværsnit og dimension

5.1 Belastning

Ind på bjælkens ene side spænder der et huldæk med en egenlast inkl. lette vægge og installationer på $3,4 \text{ kN/m}^2$. Huldækket spænder 5 m.

Egenlast huldæk inkl. lette vægge og installationer		3,4 kN/m ²
Nyttelast (last for kontor og let erhverv)		3,0 kN/m ²
Egenlast af bjælke:	$24 \cdot 0,6 \cdot 0,2 =$	2,9 kN/m

I brudgrænsetilstanden er lasten den maksimale af værdierne beregnet i *Tabel 7*. Ud over tallene i tabellen skal det supplerende oplyses at den resulterende last i brudgrænsetilstanden har en excentricitet på 50mm.

Tabel 6 Brudgrænse - EN 1990 DK NA:2007 - tabel A1.2(B)

Regningsmæssig last (6.10a)	
$(1,0 \cdot 1,2 \cdot 3,4) \cdot 2,5 + 1,0 \cdot 1,2 \cdot 2,9$	13,7 kN/m
Regningsmæssig last (6.10b)	
$(1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 3,4 + 1,0 \cdot 1,5 \cdot 3) \cdot 2,5 + 1,0 \cdot 1,0 \cdot 2,9$	22,7 kN/m

Den regningsmæssige last beregnes i henhold til *Tabel 7* og *Tabel 8*, og resultaterne er vist i *Tabel 9*.

Tabel 7 EN 1990 DK NA:2007 - tabel A1.1

	Ψ_0	Ψ_1	Ψ_2
Nyttelast			
Kategori A: arealer til boligformål	0,5	0,3	0,2

Tabel 8 DS/EN 1990:2007 - Tabel A1.4

Kombination	Permanente laster G_d		Variable laster Q_d	
	Ugunstig	Gunstig	Dominerende	Ikke-dominerende
Karakteristisk	$G_{k,j,sup}$	$G_{k,j,inf}$	$Q_{k,1}$	$\Psi_{0,i} Q_{k,i}$
Hyppig	$G_{k,j,sup}$	$G_{k,j,inf}$	$\Psi_{1,1} Q_{k,1}$	$\Psi_{2,i} Q_{k,i}$
Kvasipermanent	$G_{k,j,sup}$	$G_{k,j,inf}$	$\Psi_{2,1} Q_{k,1}$	$\Psi_{2,i} Q_{k,i}$

Tabel 9 Anvendelsesgrænse - DS/EN 1990:2007 - Tabel A1.4

Karakteristisk last: (korttid)	$(3,4 + 1,0 \cdot 3) \times 2,5 + 2,9 =$	18,9 kN/m
Hyppig last:	$(3,4 + 0,3 \cdot 3) \times 2,5 + 2,9 =$	13,7 kN/m
Kvasipermanent last: (Langtid)	$(3,4 + 0,2 \cdot 3) \times 2,5 + 2,9 =$	12,9 kN/m

5.2 Materialer

5.2.1 Beton

$$\begin{aligned}
 f_{ck} &= & &= 40MPa \\
 f_{cd} &= \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_c = 1 \cdot 40MPa / 1,4 & &= 28,6MPa \\
 f_{cm} &= f_{ck} + 8MPa & &= 48MPa \\
 f_{ctm} &= \begin{cases} 0,30 \cdot f_{ck}^{(2/3)} & \text{for } f_{ck} < 50MPa \\ 212 \cdot \ln(1 + (f_{cm} / 10)) & \text{for } f_{ck} \geq 50MPa \end{cases} & &= 3,51MPa \\
 E_{cm} &= 22(f_{cm} / 10)^{0,3} & &= 35220MPa
 \end{aligned}$$

5.2.2 Længdearmering

$$\begin{aligned}
 f_y &= & &= 550MPa \\
 f_{yd} &= f_y / \gamma_c = 550MPa / 1,2 & &= 458MPa \\
 E_{sd} = E_{sk} &= & &= 200000MPa
 \end{aligned}$$

5.2.3 Bøjlearmering

$$\begin{aligned}
 f_{yw} &= & &= 410MPa \\
 f_{ywd} &= f_{yw} / \gamma_c = 410MPa / 1,2 & &= 342MPa \\
 E_{sd} = E_{sk} &= & &= 200000MPa
 \end{aligned}$$

5.3 Minimumsarmering

5.3.1 Længdearmering

Ved krav til længdearmering tjekkes både den maksimale og minimale armering op i mod den aktuelle armering i trækzonen, som er:

$$A_s = 3 \frac{\pi}{4} \cdot (20\text{mm})^2 + 2 \frac{\pi}{4} \cdot (14\text{mm})^2 = 300\pi + 98\pi = 1250\text{mm}^2$$

Den maksimale armering i trækzonen er givet ved

$$A_{s,MAX} = 0,04A_c = 0,04 \cdot 200\text{mm} \cdot 600\text{mm} = 4800\text{mm}^2$$

Ved beregning af minimumsarmering skal første den ækvivalente effektive højde bestemmes, hvor efter minimumsarmeringen kan bestemmes.

$$d_{eq} = \frac{\phi_1 \cdot A_1 + \phi_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} = \frac{560\text{mm} \cdot 300\pi + 500 \cdot 98\pi}{300\pi + 98\pi} = 545\text{mm}$$

$$A_{s,min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d = 0,26 \cdot \frac{3,51}{458} \cdot 200 \cdot 545 = 181\text{mm}^2 \\ 0,0013 \cdot b_t \cdot d = 0,0013 \cdot 200 \cdot 545 = 142\text{mm}^2 \end{array} \right\} \quad (9.1N)$$

$$= 181\text{mm}^2$$

Det ses nedenfor at kontrollen af længdearmering er i orden

$$A_{s,min} \leq A_s \leq A_{s,max}$$

$$181\text{mm}^2 \leq 1250\text{mm}^2 \leq 4800\text{mm}^2$$

5.3.2 Bøjlearmering

Det aktuelle armeringsforhold for bøjler er givet ved

$$\rho_w = \frac{A_{aw}}{s \cdot b \cdot \sin(\alpha)} = \frac{2 \frac{\pi}{4} (8\text{mm})^2}{250\text{mm} \cdot 200\text{mm} \cdot 1} = \frac{32\pi}{50000} = 0,00201 \quad (9.4)$$

Minimumsarmeringen er ifølge det nationale anneks givet ved

$$\rho_{w,min} = 0,063 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} = 0,063 \sqrt{40\text{MPa}} / 410\text{MPa} = 0,000971 \quad (9.5N)$$

Det ses at bøjlearmeringen opfylder minimumskravet.

5.4 Afstandskrav for armering

5.4.1 Dæklag

Dæklaget kontrolleres ikke af programmet og skal altid kontrolleres af brugeren.

Først bestemmes minimumsdæklaget c_{\min} Iht. 4.4.1.2. Det er som beregningsforudsætninger antaget passiv miljøklasse.

$$c_{\min} = \left\{ \begin{array}{l} c_{\min,b} \\ c_{\min,\gamma} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} \\ 10mm \end{array} \right. = \left. \begin{array}{l} = 10mm \\ = 10mm + 0 + 0 + 0 \\ = 10mm \end{array} \right\} = 10mm$$

Det nominelle dæklag bestemmes Iht. 4.4.1.1, og da der i beregningsforudsætningerne er antaget normal kontrolklasse er $\Delta c_{dev} = 5mm$.

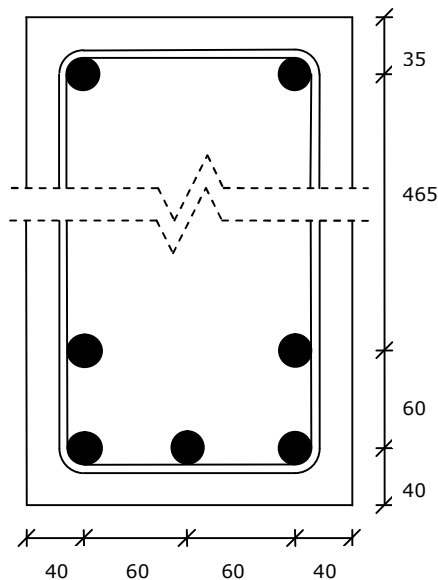
$$c_{nom} = c_{\min} + \Delta c_{dev} = 10mm + 5mm = 15mm$$

Afstanden fra bjælkens overflade til bøjlerne er:

$$bund : 40 - 20/2 - 8 = 22mm$$

$$top : 35 - 16/2 - 8 = 19mm$$

I begge tilfælde er dæklagstykkelsen tilstrækkelig.



Figur 18 bjælketværsnit med placering af armering

5.4.2 Længdearmering

Afstanden mellem længdearmeringen, kontrolleres ikke af programmet og skal altid kontrolleres af brugeren.

Det mindste krav for afstanden mellem to armeringsstænger bestemmes iht. 8.2. Her antages at stenstørrelsen d_g er 32mm. hvorefter det findes, at den mindste afstand mellem to armeringsstænger er 37mm.

$$\min \left\{ \begin{array}{l} \phi \\ d_g + 5mm \\ 20mm \end{array} \right\} = 37mm$$

Den mindste vandrette afstand mellem armeringsstængerne er 40mm, mens den mindste lodrette afstand er 43mm. Det ses således at kravet er overholdt.

5.4.3 Bøjlearmering

I beregningseksemplet er afstanden mellem bøjlerne valgt til 250mm, og den maksimale tilladte afstand mellem bøjlerne er 409mm som beregnet nedenfor. Kravet er således opfyldt.

$$S_{I,\max} = 0,75d(1 + \cot(\alpha)) = 0,75 \cdot 545mm \cdot (1 + 0) = 409mm$$

5.5 Beregning af moment kapacitet

Som beskrevet i afsnit 4.1 Bæreevne ved bøjning, er det umiddelbart et godt estimat at gætte på at tøjningen i toppen af tværsnittet er lig brudtøjningen. Herved kan værdierne for den ækvivalente spændingsblok for betonen direkte hentes fra *Tabel 1*.

5.5.1 Vandret ligevægt

Ved vandret ligevægt gættes på at tøjningen i trykarmeringen er 2,163‰. Herved findes følgende normalkræfter i armeringen.

$$\begin{aligned} N_T &= \varepsilon_T A_T E_{sc} = 2,163\text{‰} \cdot 2\text{stk} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (16\text{mm})^2 \cdot 200000\text{MPa} = 173,9\text{kN} \\ N_1 &= A_1 f_{yd} = 2\text{stk} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (14\text{mm})^2 \cdot 458\text{MPa} = 141,1\text{kN} \\ N_2 &= A_2 f_{yd} = 3\text{stk} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (20\text{mm})^2 \cdot 458\text{MPa} = 432,0\text{kN} \end{aligned}$$

Betonbidraget kan opskrives som følger

$$N_c = \left(\frac{N_c}{b \cdot f_{cd} \cdot x} \right) \cdot b \cdot f_{cd} \cdot x = 0,763 \cdot 200\text{mm} \cdot 28,6\text{MPa} \cdot x$$

Ved at opstille ligevægten kan x findes.

$$x = \frac{-173,9\text{kN} + 141,1\text{kN} + 432,0\text{kN}}{0,763 \cdot 200\text{mm} \cdot 28,6\text{MPa}} = 91,6\text{mm}$$

5.5.2 Kontrol af tøjning

$$\begin{aligned} \varepsilon_T &= \varepsilon_0 \frac{x - c_T}{x} \\ &= 3,5\text{‰} \frac{91,6 - 35}{91,6} = 2,163\text{‰} = 2,163\text{‰} \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_0 \frac{x - h + c_T}{x} \\ &= 3,5\text{‰} \frac{91,6 - 600 + 100}{91,6} = -15,60\text{‰} \leq \frac{-458}{200000} = -2,29\text{‰} \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_0 \frac{x - h + c_T}{x} \\ &= 3,5\text{‰} \frac{91,6 - 600 + 40}{91,6} = -17,90\text{‰} \leq \frac{-458}{200000} = -2,29\text{‰} \end{aligned}$$

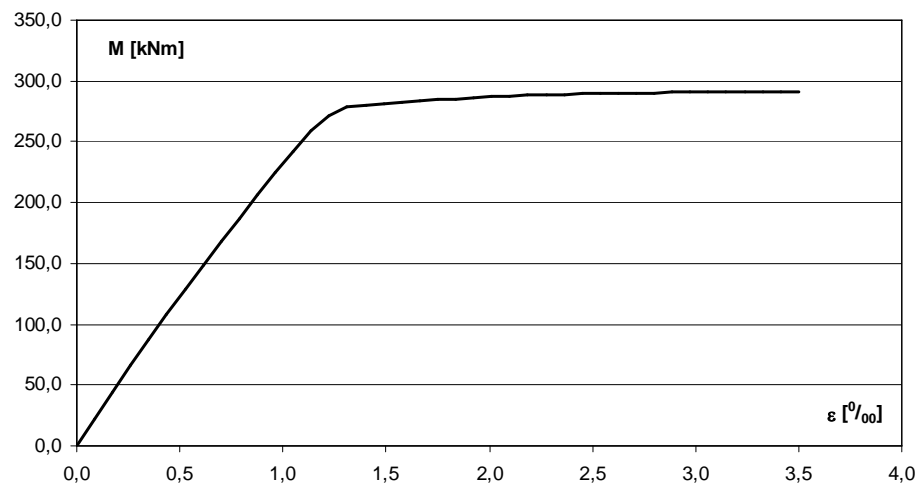
Det ses af ovenstående, at gættet på tøjningen i armeringen er korrekt, samt at antagelsen om flydning i trækarmeringen ligeledes er korrekt.

5.5.3 Brudmoment

Brudmomentet kan nu bestemmes iht. afsnit 4.1.5 Statisk ækvivalens

$$\begin{aligned}
 M_b &= N_T(x - c_T) - N_1(x - h + c_1) - N_2(x - h + c_2) + N_c y' \\
 &= 173,9(91,6 - 35) - 141,1(91,6 - 600 + 100) - 432,0(91,6 - 600 + 40_2) \\
 &\quad + 0,444 \cdot 200 \text{mm} \cdot 28,6 \text{MPa} \cdot (91,6 \text{mm})^2 \\
 &= 9,8 \text{kNm} + 57,6 \text{kNm} + 202,3 \text{kNm} + 21,3 \text{kNm} \\
 &= 291,1 \text{kNm}
 \end{aligned}$$

På Figur 19 er momentet vist som funktion af tøjningen. I dette tilfælde findes den maksimale moment når tøjningen er lig brudtøjningen, mens der i andre tilfælde kan findes større moment for en tøjning der er mindre end brudtøjningen



Figur 19 - Beregnet moment som funktion af tøjningen i oversiden af bjælken

5.5.4 Moment belastning

$$M = \frac{1}{8} pL^2 = \frac{1}{8} \cdot 22,7 \text{kN/m} \cdot (10 \text{m})^2 = 283,8 \text{kNm} \geq 291,1 \text{kNm} \quad \text{OK}$$

Det ses heraf at momentkapaciteten er tilstrækkelig.

5.6 Kombineret forskydning og vridning

hældningen på det skrå betontryk vælges til $\cot(\theta)$ og excentriciteten er i henhold til afsnit 5.1 Belastning 50mm.

5.6.1 Forskydning

Den indre momentarm og effektivitetsfaktoren bestemmes ved

$$z = d_{eq} - \left(1 - \frac{y'}{x}\right) \cdot x = 545\text{mm} - (1 - 0,582) \cdot 91,6\text{mm} = 506,9\text{mm}$$

$$v = 0,7 - \frac{40}{200} = 0,50 \quad (5.103\text{Na})$$

hvorefter den regningsmæssige forskydningsbæreevne kan bestemmes ved

$$V_{Rd} = \min \begin{cases} \frac{2\pi/4(8\text{mm})^2}{250\text{mm}} 506,9\text{mm} \cdot 342\text{MPa} \cdot 2 = 139,3\text{kN} & \text{Bøjler} \\ \frac{1 \cdot 200\text{mm} \cdot 506,9\text{mm} \cdot 0,5 \cdot 28,6\text{MPa}}{2 + 1/2} = 579,3\text{kN} & \text{Beton} \end{cases}$$

5.6.2 Vridning

Effektivitetsfaktoren og den effektive tykkelse bestemmes ved

$$v = 0,7 \left(0,7 - \frac{40}{200}\right) = 0,35 \quad (5.104\text{Na})$$

$$t_{ef} \geq 2 \cdot 40\text{mm} = 80\text{mm}$$

$$t_{ef} \geq \frac{A}{U} = \frac{600\text{mm} \cdot 200\text{mm}}{2(600\text{mm} + 200\text{mm})} = 75\text{mm}$$

$$t_{ef} \leq b/2 = 200\text{mm}/2 = 100\text{mm}$$

$$t_{ef} \leq h/2 = 600\text{mm}/2 = 600\text{mm}$$

Programmet benytter altid den maksimale t_{ef} som er 80mm.

hefter kan den regningsmæssige vridningsbæreevne kan bestemmes ved

$$A_k = (200\text{mm} - 80\text{mm})(600\text{mm} - 80\text{mm}) = 62400\text{mm}^2$$

$$T_{Rd} = \min \begin{cases} \frac{2\pi/4(8\text{mm})^2}{250\text{mm}} 62400\text{mm}^2 \cdot 342\text{MPa} \cdot 2 = 17,15\text{kNm} & \text{Bøjler} \\ \frac{2 \cdot 0,35 \cdot 1 \cdot 28,6\text{MPa} \cdot 62400\text{mm}^2 \cdot 80\text{mm}}{[\sin(\cot^{-1}(2)) \cdot \cos(\cot^{-1}(2))]^{-1}} = 39,94\text{kN} & \text{Beton} \end{cases}$$

5.6.3 Kombineret vridning og forskydning

$$V_{Ed} \leq \frac{V_{Rd,c} \cdot T_{Rd,c}}{V_{Rd,c} \cdot e + T_{Rd,c}} = \frac{139,3 \cdot 17,15}{139,3 \cdot 0,050 + 17,15} = 99,1 \text{ kN} \quad \text{Bøjler}$$

$$V_{Ed} \leq \frac{V_{Rd,c} \cdot T_{Rd,c}}{V_{Rd,c} \cdot e + T_{Rd,c}} = \frac{579,3 \cdot 39,94}{579,3 \cdot 0,050 + 39,94} = 335,8 \text{ kN} \quad \text{Beton}$$

5.6.4 Forskydnings/vridnings belastning

Først undersøges betontrykket som skal undersøges ved vederlaget.

$$V = \frac{1}{2} pL = \frac{1}{2} \cdot 22,7 \text{ kN/m} \cdot 10 \text{ m} = 113,5 \text{ kN} \geq 335,8 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

Dernæst undersøges forskydningskraften i bøjlerne. Her kan forskydningskraften $z \cdot \cot(\theta)$ fra vederlaget benyttes til at eftervise bæreevnen.

$$V = p \left(\frac{L}{2} - z \cdot \cot(\theta) \right) L$$

$$= 22,7 \text{ kN/m} \left(\frac{10 \text{ m}}{2} - 506,9 \text{ mm} \cdot 2 \right) = 90,4 \text{ kN} \leq 99,1 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

5.7 Forankringskraft

Forankringskraften bestemmes iht. 4.3 Beregning af forankringskraft.

5.7.1 Forankringskraft ved ren forskydning

$$N_{aF} = \frac{1}{2} \cdot V \cdot \cot(\theta) = \frac{1}{2} \cdot 113,5 \text{ kN} \cdot 2 = 113,5 \text{ kN}$$

5.7.2 Forankring ved ren vridning

$$N_{aL} = \frac{T}{4(b - t_{ef})} \cdot \cot(\theta) = \frac{113,5 \text{ kN} \cdot 50 \text{ mm}}{4(200 \text{ mm} - 80 \text{ mm})} \cdot 2 = 23,6 \text{ kN}$$

$$N_{aV} = \frac{T}{4(b - t_{ef})} \cdot \cot(\theta) = \frac{113,5 \text{ kN} \cdot 50 \text{ mm}}{4(600 \text{ mm} - 80 \text{ mm})} \cdot 2 = 5,5 \text{ kN}$$

5.7.3 Kombineret forankring

$$N_a = N_{aF} + 2 \cdot \max\{N_{aL}; N_{aV}\} = 113,5 \text{ kN} + 2 \cdot \max\{23,6 \text{ kN}; 5,5 \text{ kN}\} = 160,8 \text{ kN}$$

5.8 Teoretiske krybetal

Krybning behandles i EC2 afsnit 3.1.4. I noten til punkt 2 gives der mulighed for at benytte anneks B. Denne mulighed benyttes i programmet.

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} = \left[\frac{35}{48} \right]^{0,7} = 0,802 \quad \text{EC2 B.8c}$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} = \left[\frac{35}{48} \right]^{0,2} = 0,939 \quad \text{EC2 B.8c}$$

$$h_0 = \frac{2A_c}{b} = \frac{2 \cdot 600\text{mm} \cdot 200\text{mm}}{2 \cdot 600\text{mm} + 2 \cdot 200\text{mm}} = 150\text{mm} \quad \text{EC2 B.6}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{RH} &= \left[1 + \frac{1 - RH / 100\%}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \\ &= \left[1 + \frac{1 - RH / 100\%}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot 0,802 \right] \cdot 0,939 = 1,58 \end{aligned} \quad \text{for } f_{cm} > 35\text{MPa} \quad \text{EC2 B.3b}$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} = \frac{16,8}{\sqrt{40}} = 2,42 \quad \text{EC2 B.4}$$

Der er i programmet valgt en cementtype N hvilket medfører at $\alpha = 0$.

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha = 28d\varnothing gn \cdot \left(\frac{9}{2 + 28d\varnothing gn^{1,2}} + 1 \right)^1 = 28 \quad \text{EC2 B.9}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}} = \frac{1}{0,1 + 28d\varnothing gn^{0,20}} = 0,49 \quad \text{EC2 B.5}$$

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) = 1,58 \cdot 2,42 \cdot 0,49 = 1,87 \quad \text{EC2 B.2}$$

5.9 Beregning af stivhed

5.9.1 Beregning af urevnet stivhed

Først beregnes den urevnede stivhed iht. afsnit 4.4.2 Beregning af urevnet stivhed. I beregningerne skelnes mellem stivheden for korttid og langtid.

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm} / (1 + \phi)} = \frac{200000 \text{ MPa}}{35220 \text{ MPa} / (1 + 0)} = 5,68$$

<i>i</i>	$A_i^* [mm^2]$	$y_i [mm]$	$A_i^* y_i [mm^3]$	$I_i [-10^6 mm^4]$	$S_i [-10^3 mm^3]$
<i>T</i>	2283	-265	-605119	171	-625
1	1748	200	349656	64	334
2	5352	260	1391488	338	1344
<i>B</i>	120000			3609	
	129384		1136025	4182	1054

$$y^* = \frac{\sum A_i^* y_i}{\sum A} = \frac{1136025}{129384} = 8,8 \text{ mm}$$

$$EI_{K,U} = E_{cm} / (1 + \phi) \cdot I = 35220 \text{ MPa} / (1 + 0) \cdot 4182 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 = 147295 \text{ kNm}^2$$

$$M_{cr} = \frac{I \cdot f_{ctm}}{h / 2 - y^*} = \frac{4182 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \cdot 3,51 \text{ MPa}}{600 \text{ mm} / 2 - 8,8 \text{ mm}} = 50,4 \text{ kNm}$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm} / (1 + \phi)} = \frac{200000 \text{ MPa}}{35220 \text{ MPa} / (1 + 1,87)} = 16,28$$

<i>i</i>	$A_i^* [mm^2]$	$y_i [mm]$	$A_i^* y_i [mm^3]$	$I_i [-10^6 mm^4]$	$S_i [-10^3 mm^3]$
<i>T</i>	6546	-265	-1734779	540	-1880
1	5012	200	1002408	158	891
2	15343	260	3989175	868	3649
<i>B</i>	120000			3659	
	146901		3256803	5225	2660

$$y^* = \frac{\sum A_i^* y_i}{\sum A} = \frac{3256803}{146901} = 22,2 \text{ mm}$$

$$EI_{L,U} = E_{cm} / (1 + \phi) \cdot I = 35220 \text{ MPa} / (1 + 1,87) \cdot 5225 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 = 64194 \text{ kNm}^2$$

$$M_{cr} = \frac{I \cdot f_{ctm}}{h / 2 - y^*} = \frac{5225 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \cdot 3,51 \text{ MPa}}{600 \text{ mm} / 2 - 22,2 \text{ mm}} = 66,0 \text{ kNm}$$

5.9.2 Beregning af revnet stivhed

Dernæst beregnes den urevnede stivhed iht. afsnit 4.4.2 Beregning af urevnet stivhed

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm} / (1 + \phi)} = \frac{200000}{35220 / (1 + 0)} = 5,68$$

<i>i</i>	$A_i^* [mm^2]$	$y_i [mm]$	$A_i^* y_i [mm^3]$	$I_i [-10^6 mm^4]$	$S_i [-10^3 mm^3]$
<i>T</i>	2283	35	79921	34	-279
1	1748	500	874140	205	559
2	5352	560	2997051	868	2155
<i>B</i>	31464	78,7	2474898	260	
	40847		6426010	1367	2475

$$y' = \frac{\sum A_i^* y_i}{\sum A_i^*} = \frac{6426010}{40847} = 157,3 mm$$

$$EI_{K,R} = E_{cm} / (1 + \phi) \cdot I = 35220 / (1 + 0) \cdot 1367 \cdot 10^6 mm^4 = 48141$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm} / (1 + \phi)} = \frac{200000}{35220 / (1 + 1,87)} = 16,28$$

<i>i</i>	$A_i^* [mm^2]$	$y_i [mm]$	$A_i^* y_i [mm^3]$	$I_i [-10^6 mm^4]$	$S_i [-10^3 mm^3]$
<i>T</i>	6546	35	229122	244	-1263
1	5012	500	2506020	371	1364
2	15343	560	8592068	1692	5095
<i>B</i>	45587	114	5195444	789	
	72488		16522654	3096	5195

$$y' = \frac{\sum A_i^* y_i}{\sum A_i^*} = \frac{16522654}{72488} = 227,9 mm$$

$$EI_{L,R} = E_{cm} / (1 + \phi) \cdot I = 35220 / (1 + 1,87) \cdot 3096 \cdot 10^6 mm^4 = 38035$$

5.9.3 Beregning af stivhed incl. tension stiffening

Stivheden beregnes med hensyntagen til tension stiffening efter afsnit 4.4.4

Beregning af stivhed incl. tension stiffening.

$$\begin{aligned}\sigma_{cr} &= \alpha \frac{M_{cr,K}}{I_{L,R}} (h - y - c) \\ &= 16,28 \cdot \frac{50,4 \text{ kNm}}{3096 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} (600 \text{ mm} - 227,9 \text{ mm} - 40 \text{ mm}) = 88,0 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\zeta = \text{maks} \begin{cases} 1 - 0,5 \left(\frac{\sigma_{cr,K}}{\sigma_K} \right)^2 = 1 - 0,5 \left(\frac{88,0 \text{ kNm}}{281,6 \text{ MPa}} \right)^2 = 0,951 \\ 1 - 1,0 \left(\frac{\sigma_{cr,K}}{\sigma_L} \right)^2 = 1 - 1,0 \left(\frac{88,0 \text{ kNm}}{125,5 + 128,6 \text{ kNm}} \right)^2 = 0,953 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}EI_L &= \left(\zeta \frac{1}{EI_{L,R}} + (1 - \zeta) \frac{1}{EI_{L,U}} \right)^{-1} \\ &= \left(0,953 \frac{1}{38038 \text{ kNm}^2} + (1 - 0,953) \frac{1}{64194 \text{ kNm}^2} \right)^{-1} \\ &= 38774 \text{ kNm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{EI_K} &= \zeta \frac{1}{EI_{K,R}} + (1 - \zeta) \frac{1}{EI_{K,U}} \\ &= \left(0,951 \frac{1}{48141 \text{ kNm}^2} + (1 - 0,951) \frac{1}{147295 \text{ kNm}^2} \right)^{-1} \\ &= 49705 \text{ kNm}^2\end{aligned}$$

5.10 Svind

Svind bestemmes iht. afsnit 4.5.1 Svindtøjninger

5.10.1 Autogent svind

Det autogente svind for tiden uendelig bestemmes ved.

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = 2,5 \cdot (40 - 10) \cdot 10^{-6} = 0,075 \% \quad (3.12)$$

Det tidsafhængige autogente svind findes nu ved at gange med en iht. afsnit 4.5.1 Svindtøjninger

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) = 1,0,075 \text{‰} = 0,075 \text{‰} \quad (3.12)$$

5.10.2 Udtørnings svind

Udtørningssvindet bestemmes so vist neden for.

$$h_0 = \frac{2A_c}{b} = \frac{2 \cdot 600 \text{mm} \cdot 200 \text{mm}}{2 \cdot 600 \text{mm} + 2 \cdot 200 \text{mm}} = 150 \text{mm} \quad (3.10)$$

k_h bestemmes ved iteration i tabel 3.3

$$k_h = 1,0 - (1,0 - 0,85) \frac{(150 - 100)}{(200 - 100)} = 0,925 \quad (\text{Tabel 3.3})$$

Tøjningen $\varepsilon_{cd,0}$ bestemmes ifølge noten i afsnit 3.1.4(6) bestemmes iht. annek B. For Cementklasse N er $\alpha_{ds1} = 4$ og $\alpha_{ds2} = 0,12$

$$\beta_{RH} = 1,55 \left[1 - \left(\frac{RH}{100\%} \right)^3 \right] = 1,55 \left[1 - \left(\frac{55\%}{100\%} \right)^3 \right] = 1,292 \quad (B.12)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cd,0} &= 0,85 \left[(220 + 110\alpha_{ds1}) \cdot \exp\left(-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{10 \text{MPa}}\right) \right] \\ &= 0,85 \left[(220 + 110 \cdot 4) \cdot \exp\left(-0,12 \frac{48}{10 \text{MPa}}\right) \right] = 0,407 \text{‰} \end{aligned} \quad (B.11)$$

Ved beregning af udtørningssvindet sættes $\beta_{ds}(t)$ på den sikre side til en iht. afsnit 4.5.1 Svindtøjninger.

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} = 1,0,925 \cdot 0,407 \text{‰} = 0,377 \text{‰} \quad (3.9)$$

5.10.3 Det totale svind

Det totale svind tøjning bestemmes nu som summen af henholdsvis det autogente svin og svindet fra udtørring.

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{cd}(t) + \varepsilon_{ca}(t) = 0,377 \text{‰} + 0,075 \text{‰} = 0,452 \text{‰}$$

5.11 Nedbøjning

Nedbøjningen bestemmes først for langtidslast alene.

$$u_L = \frac{5}{384} \frac{p_L L^4}{EI_L} = \frac{5}{384} \frac{12,9 \text{ kN/m} \cdot (10 \text{ m})^4}{38774 \text{ kNm}^2} = 43,3 \text{ mm}$$

Tillægs udbøjningen for korttidslast er

$$u_{k-L} = \frac{5}{384} \frac{(p_k - p_L) L^4}{EI_K} = \frac{5}{384} \frac{(18,8 - 12,9) \text{ kN/m} \cdot (10 \text{ m})^4}{49705 \text{ kNm}^2} = 15,7 \text{ mm}$$

Udbøjningen for svind bestemmes iht. afsnit 4.5.2 Svinddeformation.

$$\begin{aligned} u_s &= \frac{1}{8} \cdot \varepsilon_{sc} \left(\zeta \frac{S_{L,R}}{I_{L,R}} + (1 - \zeta) \frac{S_{L,U}}{I_{L,U}} \right) L_s^2 \\ &= \frac{1}{8} \cdot 0,452 \text{‰} \left(0,953 \frac{5195 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{3096 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4} + (1 - 0,953) \frac{2660 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{5225 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4} \right) (10 \text{ m})^2 \\ &= 9,2 \text{ mm} \end{aligned}$$

Nu kan nedbøjningen i langtidstilstanden bestemmes som

$$u_{L,fin} = u_L + u_s = 43,3 \text{ mm} + 9,2 \text{ mm} = 52,4 \text{ mm}$$

og nedbøjningen i korttidstilstanden som

$$u_{k,fin} = u_L + u_{k-L} + u_s = 43,3 \text{ mm} + 15,7 \text{ mm} + 9,2 \text{ mm} = 68,2 \text{ mm}$$

5.12 Revnevidder

Revnevidder bestemmes iht. afsnit 4.6 Revnevidder. Således bestemmes først enkelte tværsnitskonstanter, hvorefter revnevidden i langtidstilstanden beregnes. Afsluttende beregnes revnevidden i korttidstilstanden som revnevidden plus revnevidde tilvæksten i korttidstilstanden.

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2} = \frac{2 \cdot 14^2 + 3 \cdot 20^2}{2 \cdot 14 + 3 \cdot 20} = 18,1 \text{ mm}$$

$$c = h - d_{eq} - \phi_{eq} / 2 = 600 \text{ mm} - 545 \text{ mm} - 18,1 \text{ mm} / 2 = 45,7 \text{ mm}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm} / (1 + \phi)} = \frac{200000}{35220 / (1 + 1,87)} = 16,28$$

5.12.1 Langtidslast

$$h_{c,eff} = \min \begin{cases} 2,5(h - d_{eq}) & = 2,5(600\text{mm} - 545\text{mm}) & = 138\text{mm} \\ (h - x) / 3 & = (600\text{mm} - 227,9\text{mm}) / 3 & = 124\text{mm} \\ h / 2 & = 600\text{mm} / 2 & = 300\text{mm} \end{cases}$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{b \cdot h_{eff}} = \frac{2\pi/4 \cdot (14\text{mm})^2 + 2\pi/4 \cdot (20\text{mm})^2}{200\text{mm} \cdot 124\text{mm}} = 0,0504$$

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \frac{M_L \cdot E_s}{EI_{L,R}} (h - x - c_2) \\ &= \frac{1}{8} \cdot 12,9\text{kN/m} \cdot (10\text{m})^2 \cdot 200000\text{MPa} \\ &= \frac{38038\text{kNm}^2}{(600 - 227,9 - 40)\text{mm}} \\ &= 281,6\text{MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \\ &= \frac{281,6\text{MPa} - 0,4 \frac{3,51\text{MPa}}{0,0504} (1 + 16,28 \cdot 0,0504)}{200000\text{MPa}} \geq 0,6 \frac{282\text{MPa}}{200000\text{MPa}} \\ &= 0,00115 \geq 0,000845 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_{r,maks} &= k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi_{eq}}{\rho_{p,eff}} \leq 1,3 \cdot (h - x) \\ &= 3,4 \cdot 45,7\text{mm} + 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,425 \frac{18,1\text{mm}}{0,0504} \leq 1,3 \cdot (600\text{mm} - 227,9\text{mm}) \\ &= 216\text{mm} \leq 484\text{mm} \end{aligned}$$

Den maksimale revneafstand beregnes herved som

$$w_{k,L} = s_{r,maks} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 216\text{mm} \cdot 0,00115 = 0,25\text{mm}$$

5.12.2 Korttidslast

$$h_{c,eff} = \min \begin{cases} 2,5(h - d_{eq}) & = 2,5(600\text{mm} - 545\text{mm}) & = 138\text{mm} \\ (h - x)/3 & = (600\text{mm} - 157,3\text{mm})/3 & = 148\text{mm} \\ h/2 & = 600\text{mm}/2 & = 300\text{mm} \end{cases}$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{b \cdot h_{eff}} = \frac{2\pi/4 \cdot (14\text{mm})^2 + 2\pi/4 \cdot (20\text{mm})^2}{200\text{mm} \cdot 138\text{mm}} = 0,0457$$

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \frac{(M_K - M_L) \cdot E_s}{EI_{K,R}} (h - x - c_2) \\ &= \frac{1}{8} \cdot (18,9 - 12,9)\text{kN/m} \cdot (10\text{m})^2 \cdot 200000\text{MPa} \\ &= \frac{48141\text{kNm}^2}{48141\text{kNm}^2} \cdot (600 - 157,3 - 40)\text{mm} \\ &= 125\text{MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \\ &= \frac{125\text{MPa} - 0,6 \frac{3,51\text{MPa}}{0,0457} (1 + 16,28 \cdot 0,0457)}{200000\text{MPa}} \geq 0,6 \frac{125\text{MPa}}{200000\text{MPa}} \\ &= 0,000337 \geq 0,000376 \end{aligned}$$

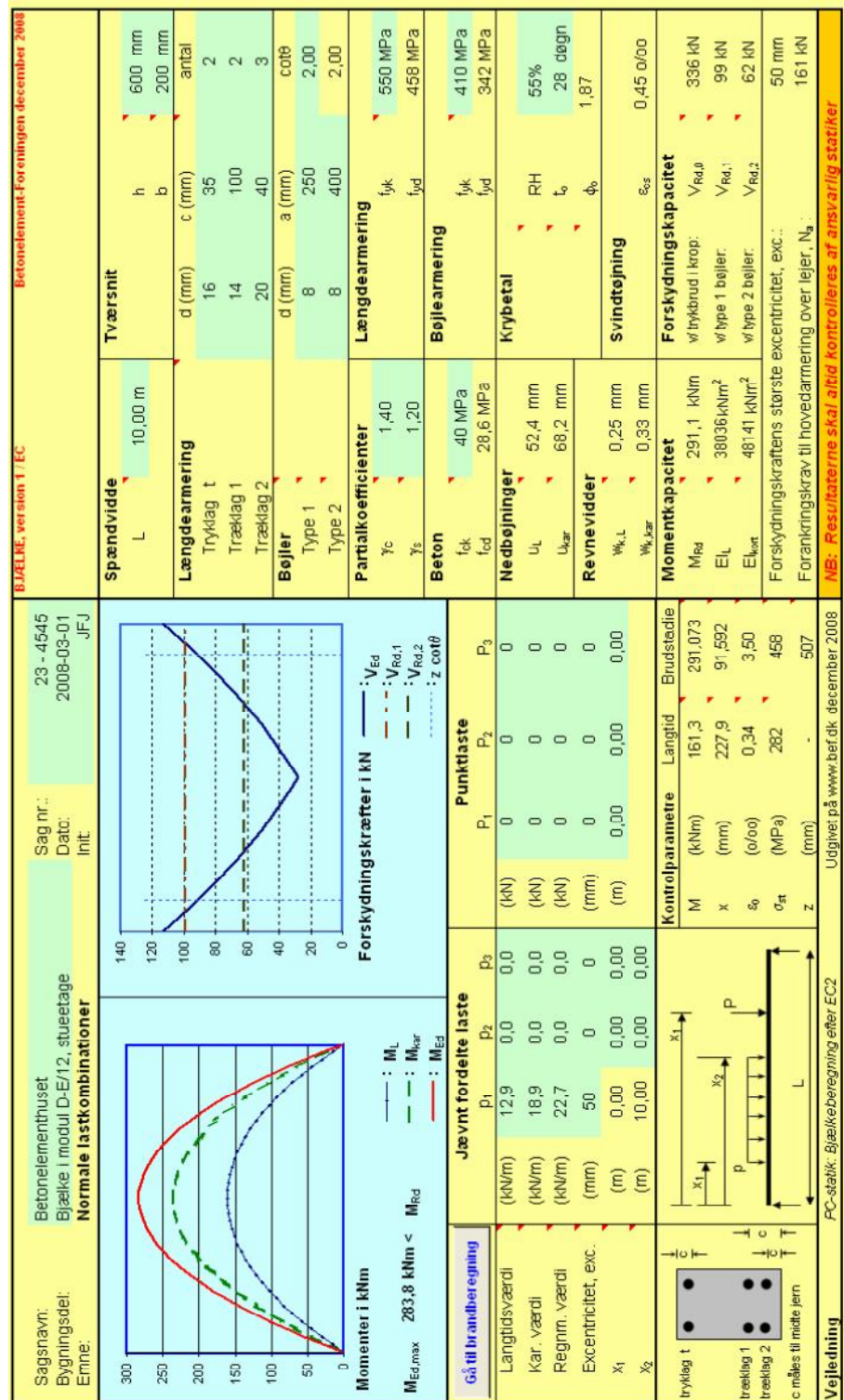
$$\begin{aligned} s_{r,maks} &= k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi_{eq}}{\rho_{p,eff}} \leq 1,3 \cdot (h - x) \\ &= 3,4 \cdot 45,7\text{mm} + 0,8 \cdot 0,5 \cdot 0,425 \frac{18,1\text{mm}}{0,0457} \leq 1,3 \cdot (600\text{mm} - 157,3\text{mm}) \\ &= 223\text{mm} \leq 575\text{mm} \end{aligned}$$

Den maksimale revneafstand beregnes herved som

$$w_{k,K} = w_{k,L} + s_{r,maks} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 0,250\text{mm} + 223\text{mm} \cdot 0,000376 = 0,34\text{mm}$$

5.13 Beregning med program

Det ses på nedenstående figur at der er overensstemmelse mellem de beregnede værdier i eksemplet og programmet.



Figur 20 - Eksempel beregnet med program

6 Fortolkning af EC2 - brandtilstand

I forbindelse med udvikling af programmet har det været nødvendigt, at fortolke EC2, således at en konsistens løsning kan tilvejebringes. I nærværende afsnit beskrives de fortolkninger, der er foretaget i forhold til EC2.

6.1 Reduktion af tværsnit og materialeparametre

- Middelreduktionskoefficienten k_{cm} bestemmes ikke, som angivet i (B.11), idet den kun tager højde for påvirkning fra to sider.
- Til bestemmelse af reduktionen af betonen trykstyrke ved forhøjede temperaturer anvendes tabel 3.2a, EC2-1-2 ikke, da den svarer til en tøjning på 2,0%. I stedet anvendes tabel 1, 2 og 3 i EC2-1-2 DK NA:2007. For varmvalset frikølet stål anvendes tabel 3.2a, EC2-1-2 til bestemmelse af armeringens reducerede E-modul.
- I henhold til EN 1992-1-1 afsnit 3.3.2(3) varierer betonens densitet som funktion af temperaturen. For at forenkle beregningerne ses der bort fra dette bidrag.
- Der regnes kun på kvartsholdig beton.

6.2 Momentbæreevne

- I EC2-1-2 afsnit B.2(9) stå der følgende
- "Når det reducerede tværsnit er fundet, og styrken og elasticitetsmodulet er fastlagt for brandpåvirkningen, følger branddimensioneringen ved normal temperatur, svarende til den, der er vist i figur B.2, med anvendelse af $\gamma_{m,fi}$ værdier."
- Figur B.2 er indsat under afsnittet om metode B1, og da der i det nationale annek EC2-1-2 DK NA:2007 står, at metode B1 ikke må anvendes, tolkes ovenstående, som at dimensioneringen af den brandpåvirkede betonbjælke følger alm. kold statik med den arbejdslinie der gælder for brand.
- Til bestemmelse af bjælkens momentkapacitet anvendes spændingsblokken angivet på figur 3.1, EC2-1-2.
- Der tages ikke hensyn til krybning i brandberegningen af bjælken

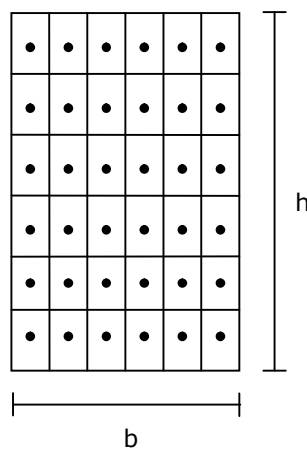
6.3 Forskydningskapacitet

- Beregningen af bjælkens forskydningskapacitet ved brand følger den kolde beregning. Der henvises således til afsnit 3.2 Forskydning og Vridning for fortolkning af EC2.

7 Teoretisk baggrund - brandtilstand

7.1 Reduktion af tværsnit

Bjælken regnes udsat for en standardbrand og undersøges vha. "zonemetoden", jf. EC2-1-2 afsnit B.2, hvor højden og bredden inddeles i seks parallelle zoner alle med samme tykkelse. Det giver i alt 36 zoner. For hver zone bestemmes middeltemperaturen og den tilsvarende gennemsnitlige trykstyrke, $f_{cd}(\theta)$.



Figur 21. Inddeling af tværsnit i zoner

Til at bestemmes middeltemperaturen i hver zone anvendes følgende formler, jf. EC2-1-2 DK NA:2007.

Ensidet påvirket tværsnit

$$\theta_1(x, t) = 312 \times \log_{10}(8 \times t + 1) e^{-1,9k(t) \times x} \times \sin(\pi/2 - k(t) \times x)$$

hvor

$$k(t) = \sqrt{\frac{\pi \cdot \rho \cdot c_p}{750 \cdot \lambda \cdot t}}$$

Hvor ρ er betonens densitet, c_p er den specifikke varmekapacitet og λ er varmeledningsevnen.

Tosidet påvirket tværsnit, med tykkelse $2w$

$$\theta_2(x, t) = (\theta_1(x, t) + \theta_1(2w - x, t)) \cdot \frac{\theta_1(0, t)}{\theta_1(0, t) + \theta_1(2w, t)}$$

Tresidet påvirket tværsnit

$$\theta_3(x, y, t) = \theta_2(x, t) + \theta_1(y, t) - \frac{\theta_2(x, t) \cdot \theta_1(y, t)}{\theta_1(0, t)}$$

Temperaturen i zonerne sættes til minimum 20 grader.

Reduktionsfaktoren for betonens trykstyrke, $k_c(\theta)$, bestemmes for hver enkelt zone ved tabelopslag i tabel 3.1 EC2-1-2. Der betragtes kun kvartsholdigt tilslag. Herefter bestemmes middelreduktionskoefficienten $k_{c,m}$:

En- eller tosidet påvirket

$$k_{c,m} = \frac{(1 - 0,2/n)}{n} \sum_{i=1}^n k_c(\theta_i)$$

Tresidetpåvirket

$$k_{c,m} = \frac{(1 - 0,2/n)}{(2n)^2} \sum_{i=1}^n k_c(\theta_i)$$

-hvorefter tykkelsen af det beskadigede betonareal bestemmes

$$a_z = w \left[1 - \frac{k_{c,m}}{k_c(\theta_M)} \right]$$

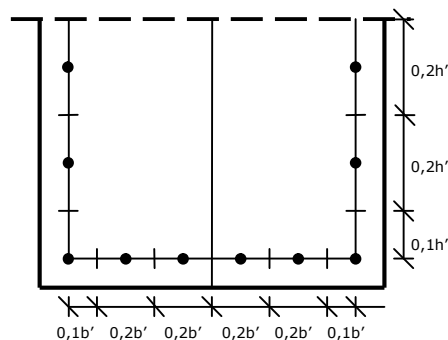
hvor $k_c(\theta_m)$ betegner reduktionskoefficienten ved M-punktet.

For et tresidet påvirket tværsnit, bestemmes summen af reduktionsfaktorerne, $k_c(\theta_i)$, ved på den sikre side at summere op over reduktionsfaktorerne i tværsnittets nederste halvdel, hvor tværsnittet er hårdets påvirket af branden.

7.2 Armering

På samme måde, som for betonen, bestemmes nu temperaturen i armeringsjernene. Armeringens materialeparametre ved forhøjede temperaturer reduceres i henhold til EC2-1-2 Tabel 3.2a klasse N-værdier, varmvalset.

Det samme sker for bøjlearmeringen. Temperaturen bestemmes her i 10 punkter jævnet fordelt på den nederste halvdel af bøjlen.



Figur 22. Temperaturbestemmelse i nederste halvdel af bøjlen

7.3 Bæreevne ved bøjning

I det følgende afsnit gennemgås teorien bag bæreevnebestemmelsen af en brandpåvirket bjælke efter EC2-1-2. Først beregnes bidraget fra betonen i tryk. Det antages, at betonens trækstyrke er nul. Herefter bestemmes bidra-

get fra armeringen, og til slut kobles alle bidragene i ligningerne for statisk ækvivalens.

7.3.1 Betonbidrag

Når reduktionen af betonens tværsnit og reduktionen af armeringens styrkeparametre er fundet, kan tværsnittets moment- og forskydningsbæreevne bestemmes. Det gøres ved at betragte arbejdslinien for beton under tryk ved forhøjede temperaturer, se EC2-1-2:2006 Figur 3.1. Som det fremgår af EC2-1-2:2006 3.2.2.1 bestemmes betonens trykarbejdskurve under brand som:

$$\sigma_c(\theta) = \frac{3\varepsilon f_{c,\theta}}{\varepsilon_{c1,\theta} \left(2 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1,\theta}} \right)^3 \right)} \quad \text{for } \varepsilon \leq \varepsilon_{c1,\theta}$$

Her er ε den aktuelle tøjning, $\varepsilon_{c1,\theta}$ er tøjningen ved maksimal spænding og kan aflæses i tabel 3.1, EC2-1-2:2006. Idet arbejdslinien for en brandpåvirket bjælke ikke er lig arbejdslinien for en kold bjælke, vil en bjælke udsat for brand i 0 min. ikke have samme bæreevne, som en kold bjælke.

Trykspændingen i betonen kan omskrives til:

$$\sigma_c = 3 \frac{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{c1,\theta}} t}{2 + \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{c1,\theta}} \right)^3 t^3} f_{cd} = 3 \left(\frac{\varepsilon_{c1,\theta}}{\varepsilon_0} \right)^2 \frac{t}{2 \left(\frac{\varepsilon_{c1,\theta}}{\varepsilon_0} \right)^3 + t^3} f_{cd}$$

-hvor konstanterne A og B indføres:

$$A = \sqrt[3]{2} \frac{\varepsilon_{c1,\theta}}{\varepsilon_0}, \quad B = 3 \left(\frac{\varepsilon_{c1,\theta}}{\varepsilon_0} \right)^2$$

$$\sigma_c = B \frac{t}{A^3 + t^3} f_{cd}$$

Hermed kan betonresultanten bestemmes:

$$N_c = b' \int_{\zeta}^1 \sigma_c dt = b' x f_{cd} B \int_{\zeta}^1 \frac{t}{A^3 + t^3} dt \Leftrightarrow$$

$$N_c = b' x f_{cd} B \left[\frac{1}{6A} \ln \frac{t^2 - At + A^2}{(t + A)^2} + \frac{1}{A\sqrt{3}} \arctan \frac{2t - A}{A\sqrt{3}} \right] \Leftrightarrow$$

$$N_c = b' x f_{cd} B \left(\begin{array}{l} \frac{1}{6A} \ln \frac{1-A+A^2}{(1+A)^2} + \frac{1}{A\sqrt{3}} \arctan \frac{2-A}{A\sqrt{3}} - \dots \\ \frac{1}{6A} \ln \frac{\zeta^2 - A\zeta + A^2}{(\zeta+A)^2} - \frac{1}{A\sqrt{3}} \arctan \frac{2\zeta-A}{A\sqrt{3}} \end{array} \right) \Leftrightarrow$$

Idet trykzonehøjden, x , er mindre end bjælkens totale højde, kan ζ sættes lig 0.

Herefter bestemmes betonresultantens moment omkring nullinien.

$$y' N_c = b' B f_{cd} x^2 \int_{\zeta}^1 \frac{t^2}{A^3 + t^3} dt \Leftrightarrow$$

$$y' N_c = b' B f_{cd} x^2 \left[\frac{1}{3} \ln(A^3 + t^3) \right]_{\zeta}^1 \Leftrightarrow$$

$$y' N_c = \frac{1}{3} b' B f_{cd} x^2 \ln \frac{A^3 + 1}{A^3 + \zeta^3}$$

Afstanden fra betonresultanten til nullinien er

$$y' = \frac{y' N_c}{N_c}$$

Hvilket giver en indre momentarm på

$$z = h - x - y' - \frac{c_1 \cdot A_1 + c_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2}$$

Hvor A_1 og A_2 betegner armeringsarealet af henholdsvis trækarmring 1 og trækarmring 2.

7.3.2 Armeringsbidrag

Armeringsbidraget for et given ε_0 og h_c bestemmes ved:

Trykarmeringen

$$N_{ac} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{x-c}{x} (1 + \phi_{ef}) \varepsilon_0 A_{sc} E_s \\ A_{sc} f_{yd} \end{array} \right.$$

Trækarmringen

$$N_{at} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{h-x-c}{x} (1 + \phi_{ef}) \varepsilon_0 A_{st} E_s \\ A_{st} f_{yd} \end{array} \right.$$

For brandberegningen medregnes ikke bidrag fra krybning, hvor det effektive krybetal, ϕ_{ef} , kan sættes lig 0.

7.3.3 Statisk ækvivalens

Fra bidraget fra beton og armering opstilles følgende ligninger for vandret projektion og moment:

$$N_{Rd} = N_c + N_{ac} - N_{at} = 0$$

Momentækvivalens

$$M_{Rd} = \left(\frac{1}{2}h - x + y'\right)N_c + \left(\frac{1}{2}h - c\right)N_{ac} - \left(\frac{1}{2}h - c\right)N_{at}$$

7.4 Bæreevne ved kombineret forskydning og vridning

Der henvises til teori afsnittet for bæreevne ved kombineret forskydning og vridning ved den kolde beregning, se afsnit 4.2 Bæreevne ved kombineret forskydning og vridning.

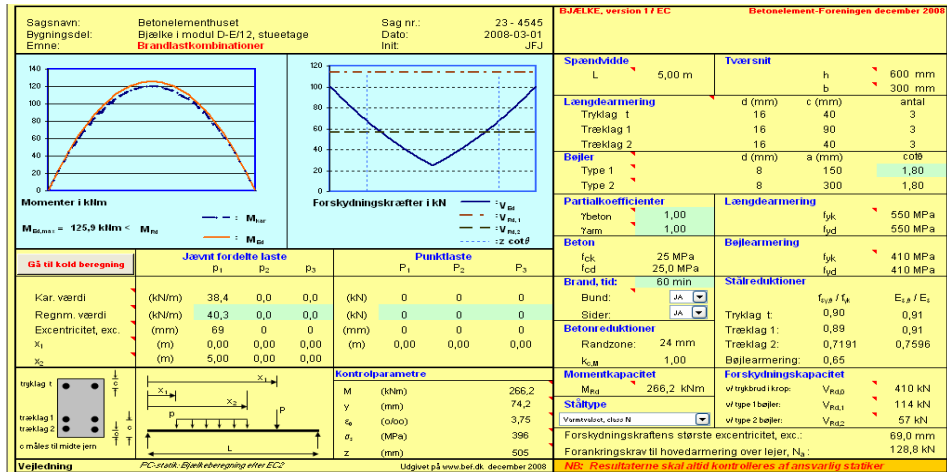
7.5 Beregning af forankringskraft

For teorien bag beregning af forankringskraften henvises der ligeledes til teorien for den kolde beregning, se afsnit 4.3 Beregning af forankringskraft.

8 Beregningseksempel - brandtilstand

I det følgende gennemgås et eksempel, hvor en betonbjælke undersøges for en standardbrand på 60 min.

Nedenstående billede viser en udskrift af skærbilledet for dette eksempel.



Figur 23. Skærbillede af brandbelastet bjælke.

8.1 Geometri og materialeparametre

Bjælken har dimensionerne 300 x 600 mm, og er armeret med trækarmering 6 Y16 i to lag og trykarmering 3 Y16.

Bjælken er tresidet brandpåvirket. Yderligere data for bjælken fremgår af Tabel 10.

Tabel 10. Geometri og materialeparametre for betonbjælken.

Spændvidde		Tværsnit		
L	5,00 m	h	600 mm	
		b	300 mm	
Længdearmering		d (mm)	c (mm)	antal
Tryklag		16	40	3
Træklag		16	90	3
Træklag		16	40	3
Bøjler		d (mm)	a (mm)	cot(θ)
Type 1		8	150	1,8
Type 2		8	300	1,8
Partialkoefficienter		Længdearmering		
γ _{beton}	1	f _{yk}	550 MPa	
γ _{arm}	1	f _{yd}	550 MPa	
Beton		Bøjlearmering		
f _{ck}	25 MPa	f _{yk}	410 MPa	
f _{cd}	25 MPa	f _{yd}	410 MPa	

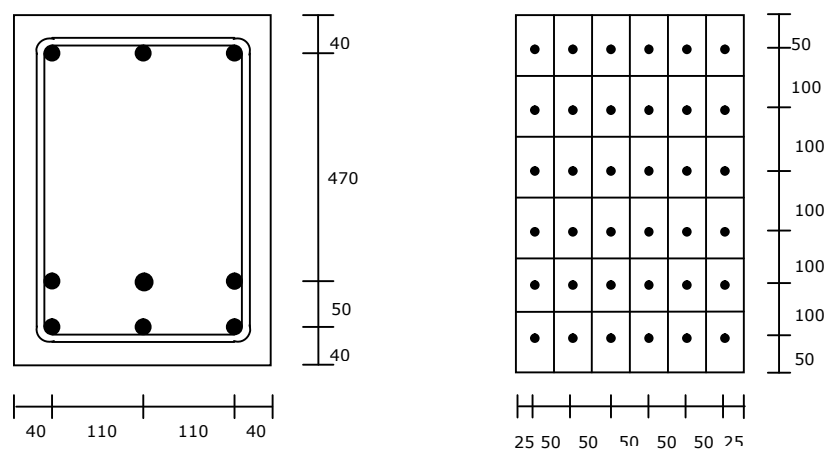
8.2 Regningsmæssige laster og snitkræfter

Bjælken er påvirket af en regningsmæssig last på 40,3kN/m. Det giver følgende regningsmæssige snitkræfter i bjælken:

$$M_d = \frac{1}{8} \cdot 40,3 \text{ kN/m} \cdot (5,0 \text{ m})^2 = 125,9 \text{ kNm}$$

$$V_d = \frac{1}{2} \cdot 40,3 \text{ kN/m} \cdot 5,0 \text{ m} = 100,8 \text{ kN}$$

8.3 Reduceret betontværsnit



Figur 24. Bjælketværsnit og tværsnit opdelt i zoner.

Bjælken opdeles i zoner - 6 på hver side, så der i alt fås 6x6 felter. I henhold til EC2-1-2 DK NA:2007 kan den specifikke varmekapacitet, c_p , sættes lig 1000 J/kg°C, og varmeledningsevnen, λ , sættes lig 0,75W/m°C. Betonens densitet sættes konstant lig 2300kg/m³.

Først bestemmes konstanten $k(t)$.

$$k(60 \text{ min}) = \sqrt{\frac{\pi \cdot 2300 \text{ kg/m}^3 \cdot 1000 \text{ J/kg}^\circ\text{C}}{750 \cdot 0,75 \text{ W/m}^\circ\text{C} \cdot 60 \text{ min}}} = 14,63$$

Temperaturen kan nu bestemmes i centerpunktet for hver felt. Først bestemmes θ_1 . For det nederste felt længst til venstre ser beregningen således ud:

$$\theta_{1x}(25mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot 25mm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 25mm\right)$$

$$= 390,0^\circ\text{C}$$

$$\theta_{1y}(50mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot 50mm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 50mm\right)$$

$$= 155,1^\circ\text{C}$$

$$\theta_1(0mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot 0mm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 0mm\right)$$

$$= 836,8^\circ\text{C}$$

$$\theta_1(2 \cdot 150mm - 25mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot (2 \cdot 150mm - 25mm)}$$

$$\cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot (2 \cdot 150mm - 25mm)\right) = 0,0^\circ\text{C}$$

$$\theta_1(2 \cdot 150mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot (2 \cdot 150mm)}$$

$$\cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 2 \cdot 150mm\right) = 0,0^\circ\text{C}$$

$$\theta_2(25mm, 60 \text{ min}) = (390,0 - 0,0) \cdot \frac{836,8}{836,8 + 0,0} = 390,0^\circ\text{C}$$

$$\theta_3(25mm, 50mm, 60 \text{ min}) = 390,0 + 155,1 - \frac{390,0 \cdot 155,1}{836,8} = 472,8^\circ\text{C}$$

For hele betontværsnittet ser temperaturfordelingen ud som angivet i Tabel 11.

Tabel 11. Temperaturfordeling i betontværsnit, °C.

550,0	390,0	47,4	20,0	20,0	47,4	390,0
450,0	390,0	47,4	20,0	20,0	47,4	390,0
350,0	390,0	47,4	20,0	20,0	47,4	390,0
250,0	390,0	47,4	20,0	20,0	47,4	390,0
150,0	390,0	47,4	20,0	20,0	47,4	390,0
50,0	472,8	193,7	155,1	155,1	193,7	472,8
y / x	25,0	75,0	125,0	175,0	225,0	275,0

Ud fra ovenstående temperaturer bestemmes nu reduktionsfaktorer, $k_c(\theta)$, for betonens trykstyrke. Ved opslag i EC2-1-2 tabel 3.1, kvartsholdigt tilslag, fås følgende værdier:

Tabel 12. Reduktionsfaktorer, $k_c(\theta)$, i betontværsnit.

550,0	0,76	1,00	1,00	1,00	1,00	0,76
450,0	0,76	1,00	1,00	1,00	1,00	0,76
350,0	0,76	1,00	1,00	1,00	1,00	0,76
250,0	0,76	1,00	1,00	1,00	1,00	0,76
150,0	0,76	1,00	1,00	1,00	1,00	0,76
50,0	0,64	0,95	0,97	0,97	0,95	0,64
y / x	25,0	75,0	125,0	175,0	225,0	275,0

Hernæst bestemmes middelreduktionskoefficienten, $k_{c,m}$. På den sikre side bestemmes denne ved at summere reduktionsfaktorerne for den nederste halvdel af tværsnittet.

$$\sum_{i=1}^n k_c(\theta_i) = 2 \cdot (0,64 + 0,76 + 0,76 + 0,95 + 1,00 + 1,00 + 0,97 + 1,00 + 1,00)$$

$$k_{c,m} = \frac{1 - 0,2/3}{(2n)^2} \cdot \sum_{i=1}^n k_c(\theta_i) = 0,84$$

Idet reduktionskoefficienten ved M-punktet, $k_c(\theta_M)$, ved en 60 min. brand og det pågældende bjælketværsnit kan aflæses til 1,0, bestemmes tykkelsen af den beskadigede zone i betonen ved:

$$a_z = 150mm \left(1 - \frac{0,84}{1} \right) = 24,2mm$$

Det ses således, at betontværsnittet skal reduceres med 24,2 mm på alle de tre brandpåvirkede sider.

8.4 Længdearmering

På samme måde, som ved betontværsnittet, kan temperaturen nu bestemmes i armeringen. Først undersøges temperaturen i de langsgående armeringsjern. Ved at udtage koordinaterne til center af alle armeringsjern, bestemmes temperaturen i det nederste jern længst til venstre ved:

$$\theta_{1x}(40mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot 40mm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 40mm\right)$$

$$= 229,4^\circ\text{C}$$

$$\theta_{1y}(40mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot 40mm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 40mm\right)$$

$$= 229,4^\circ\text{C}$$

$$\theta_1(0mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot 0mm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 0mm\right)$$

$$= 836,8^\circ\text{C}$$

$$\theta_1(2 \cdot 150mm - 40mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot (2 \cdot 150mm - 40mm)}$$

$$\cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot (2 \cdot 150mm - 40mm)\right) = 0,0^\circ\text{C}$$

$$\theta_1(2 \cdot 150mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot (2 \cdot 150mm)}$$

$$\cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 2 \cdot 150mm\right) = 0,0^\circ\text{C}$$

$$\theta_2(40mm, 60 \text{ min}) = (229,4 + 0) \cdot \frac{836,8}{836,8 + 0,0} = 229,4^\circ\text{C}$$

$$\theta_3(40mm, 40mm, 60 \text{ min}) = 229,4 + 229,4 - \frac{229,4 \cdot 229,4}{836,8} = 395,9^\circ\text{C}$$

For al længdearmering ser resultatet af temperaturbestemmelsen ud, som vist i Tabel 13.

Tabel 13. Temperaturer i længdearmring

560,0	229,4	20,0	229,4
90,0	241,9	20,0	241,9
40,0	395,9	229,4	395,9
y / x	40,0	150,0	260,0

Ud fra disse temperaturer, kan reduktionen af stålets flydespænding og elasticitetsmodul bestemmes. Idet der anvendes varmvulset og frikølet stål, fås ved aflæsning i EC2-1-2, tabel 3.2a og EC2-1-2 DK NA:2007 Tabel 1:

Tabel 14. Reduktion af styrkeparametre for længdearmring

	°C	$E_{s\theta}/E_s$	$f_{sy\theta}/f_{yk}$
Tabelopslag	400	0,80	0,77
Lineær interpolation	395,9	0,70	0,65
Tabelopslag	500	0,70	0,65

For de øvrige armeringsjern, ser resultatet ud, som vist i Figur 14.

Tabel 15. Reduktion af stålparametre i armeringsjern. Øverste linie angiver reduktionen af trykarmering, mens de nederste to linier angiver reduktionen af trækarmering.

	T/°C	$E_{s\theta}/E_s$	$f_{sy\theta}/f_{yk}$	T/°C	$E_{s\theta}/E_s$	$f_{sy\theta}/f_{yk}$	T/°C	$E_{s\theta}/E_s$	$f_{sy\theta}/f_{yk}$
Tabelopsl.	200	0,90	0,88	0	1,00	1,00	200	0,90	0,88
Lineær int.	229,4	0,87	0,85	20,0	1,00	1,00	229,4	0,87	0,85
Tabelopsl.	300	0,80	0,77	20	1,00	1,00	300	0,80	0,77
Tabelopsl.	200	0,90	0,88	20	1,00	1,00	200	0,90	0,88
Lineær int.	241,9	0,86	0,83	36,8	1,00	1,00	241,9	0,86	0,83
Tabelopsl.	300	0,80	0,77	100	1,00	0,96	300	0,80	0,77
Tabelopsl.	300	0,80	0,77	200	0,90	0,88	300	0,80	0,77
Lineær int.	395,9	0,70	0,65	229,4	0,87	0,85	395,9	0,70	0,65
Tabelopsl.	400	0,70	0,65	300	0,80	0,77	400	0,70	0,65

8.5 Bøjlearmering

Samme procedure gennemføres nu for bøjlearmeringen. Som tidligere nævnt bestemmes temperaturen i bøjlerne i 10 punkter jævnt fordelt på den nederste bøjlehalvdelen. På samme måde som for længdearmeringen bestemmes nu koordinaterne til de punkter, hvori temperaturen skal bestemmes. For det

nederste punkt længst til venstre ser beregningen af temperaturen således ud:

$$\theta_{1x}(28mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot 28mm} \cdot \sin(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 28mm)$$

$$= 352,4^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_{1y}(28mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot 28mm} \cdot \sin(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 28mm)$$

$$= 352,4^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_1(0mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot 0mm} \cdot \sin(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 0mm)$$

$$= 836,8^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_1(2 \cdot 150mm - 28mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot (2 \cdot 150mm - 28mm)}$$

$$\cdot \sin(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot (2 \cdot 150mm - 28mm)) = 0,0^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_1(2 \cdot 150mm, 60 \text{ min}) = 312 \cdot \log_{10}(8 \cdot 60 \text{ min} + 1)^{-1,9 \cdot 14,63 \cdot (2 \cdot 150mm)}$$

$$\cdot \sin(\frac{\pi}{2} - 14,63 \cdot 2 \cdot 150mm) = 0,0^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_2(28mm, 60 \text{ min}) = (352,4 + 0,0) \cdot \frac{836,8}{836,8 + 0,0} = 352,4^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_3(28mm, 28mm, 60 \text{ min}) = 352,4 + 352,4 - \frac{352,4 \cdot 352,4}{836,8} = 556,4^{\circ}\text{C}$$

For hele bøjlen ser resultatet ud som angivet i Tabel 16.

Tabel 16. Temperaturfordeling i nederste halvdel af bøjle

245,6	352,4					352,4
136,8	352,4					352,4
28,0	556,4	377,2	352,4	352,4	377,2	556,4
y / x	28,0	76,8	125,6	174,4	223,2	272,0

Det giver en middeltemperatur på 396,3°C.

På samme måde, som for længdearmingen, bestemmes nu reduktionen af armeringens flydespænding og elasticitetsmodul ved forhøjede temperaturer. Aflæsning i Tabel 3.2a EC2-1-2 og Tabel 1 EC2-1-2 DK NA:2007 giver:

Tabel 17. Reduktion af styrkeparametre for bøjlearmering

	Temp.	$E_{s\theta}/E_s$	$f_{s\theta}/f_{yk}$
Tabelopslag	300	0,80	0,77
Lineær interp.	396,3	0,70	0,65
Tabelopslag	400	0,70	0,65

Hermed er reduktionen af betontværsnittet samt reducerede styrkeparametre for bøjler og længdearmering fundet.

8.6 Bæreevne ved bøjning

I det følgende afsnit eftervises bæreevnerne fundet i beregningsprogrammet. Det gøres ved at anvende den trykzonehøjde, x , som programmet har fundet frem til. Ved at gætte på en kanttøjning, ϵ , tjekkes det om der er vdnaret ligevægt. Er der vandret ligevægt, kan mometkapaciteten og forskydningsbæreevnen bestemmes. Er ligningen for vandret ligevægt ikke opfyldt, gættes der på en ny kanttøjning, og ligevægt tjekkes på ny. Således fortsættes der, indtil ligevægtsligningerne er opfyldt og tværsnittets bæreevne mht. moment og forskydning er fundet.

8.6.1 Momentkapacitet

1. gæt

Af beregningsprogrammet fremgår det at bjælkens trykzonehøjde, x , er 74,16mm. Der gættes nu på en kanttøjning, ϵ , på 0,00250.

$$A = \sqrt[3]{2} \cdot \frac{0,0025}{0,00250} = 1,26$$

$$B = 3 \cdot \left(\frac{0,0025}{0,00250} \right) = 3,00$$

Først bestemmes betonens trykresultant:

$$N_c = 251,6\text{mm} \cdot 74,16\text{mm} \cdot 25\text{MPa} \cdot 3,00 \cdot \left(\begin{array}{l} \frac{1}{6 \cdot 1,26} \cdot \ln\left(\frac{1-1,26+1,26^2}{(1+1,26)^2}\right) \dots \\ + \frac{1}{1,26\sqrt{3}} \cdot \arctan\left(\frac{2-1,26}{0,840\sqrt{3}}\right) \dots \\ - \frac{1}{6 \cdot 1,26} \cdot \ln(1) - \frac{1}{1,26\sqrt{3}} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \end{array} \right) = 296,0\text{kN}$$

Herefter bestemmes armeringsbidraget fra henholdsvis tryklaget, træklag 1 og træklag 2.

$$N_{ac} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{74,16\text{mm} - 40\text{mm}}{74,16\text{mm}} \cdot 0,00250 \cdot 603\text{mm}^2 \cdot 2,0 \cdot 10^5\text{MPa} \cdot 0,914 = 126,9\text{kN} \\ 603\text{mm}^2 \cdot 550\text{MPa} \cdot 0,898 = 298,1\text{kN} \end{array} \right.$$

$$N_{at,1} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{600\text{mm} - 74,16\text{mm} - 90\text{mm}}{74,16\text{mm}} \cdot 0,00250 \cdot 603\text{mm}^2 \cdot 2,0 \cdot 10^5\text{MPa} \cdot 0,905 = 1605\text{kN} \\ 603\text{mm}^2 \cdot 550 \cdot 0,889 = 295,0\text{kN} \end{array} \right.$$

$$N_{at,2} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{600\text{mm} - 74,16\text{mm} - 40\text{mm}}{74,16\text{mm}} \cdot 0,00250 \cdot 603\text{mm}^2 \cdot 2,0 \cdot 10^5 \text{MPa} \cdot 0,755 = 1501\text{kN} \\ 603\text{mm}^2 \cdot 550 \cdot 0,719 = 238,6\text{kN} \end{array} \right.$$

For at tjekke, om der er ligevægt opskrives ligningen for vandret projektion:

Vandret projektion :

$$N_c + N_{ac} - N_{at,1} - N_{at,2} = 296,0\text{kN} + 126,9\text{kN} - 294,3\text{kN} - 237,1\text{kN} = -110,7\text{kN}$$

Som det fremgår, er bjælkens trykresultanter ikke lig trækresultanter, og bjælken er derfor ikke i ligevægt.

2. gæt

Det ses at det første gæt på en kanttøjning ikke opfylder ligevægtsligningen. Derfor foretages nu et nyt gæt på ϵ lig 0,00375.

$$A = \sqrt[3]{2} \cdot \frac{0,0025}{0,00375} = 0,840$$

$$B = 3 \cdot \left(\frac{0,0025}{0,00375} \right) = 1,33$$

Først bestemmes betonens trykresultant:

$$N_c = 251,6\text{mm} \cdot 74,16\text{mm} \cdot 25\text{MPa} \cdot 1,33 \cdot \left(\begin{array}{l} \frac{1}{6 \cdot 0,840} \cdot \ln \left(\frac{1 - 0,840 + 0,840^2}{(1 + 0,840)^2} \right) \dots \\ + \frac{1}{0,840\sqrt{3}} \cdot \arctan \left(\frac{2 - 0,840}{0,840\sqrt{3}} \right) \dots \\ - \frac{1}{6 \cdot 0,840} \cdot \ln(1) - \frac{1}{0,840\sqrt{3}} \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \end{array} \right)$$

$$= 343,3\text{kN}$$

Herefter bestemmes armeringsbidraget fra henholdsvis tryklaget, træklag 1 og træklag 2.

$$N_{ac} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{74,16\text{mm} - 40\text{mm}}{74,16\text{mm}} \cdot 0,00375 \cdot 603\text{mm}^2 \cdot 2,0 \cdot 10^5 \text{MPa} \cdot 0,914 = 190,4\text{kN} \\ 603\text{mm}^2 \cdot 550\text{MPa} \cdot 0,898 = 298,1\text{kN} \end{array} \right.$$

$$N_{at,1} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{600\text{mm} - 74,16\text{mm} - 90\text{mm}}{74,16\text{mm}} \cdot 0,00375 \cdot 603\text{mm}^2 \cdot 2,0 \cdot 10^5 \text{MPa} \cdot 0,905 = 2407\text{kN} \\ 603\text{mm}^2 \cdot 550 \cdot 0,889 = 295,0\text{kN} \end{array} \right.$$

$$N_{at,2} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{600\text{mm} - 74,16\text{mm} - 40\text{mm}}{74,16\text{mm}} \cdot 0,00375 \cdot 603\text{mm}^2 \cdot 2,0 \cdot 10^5 \text{MPa} \cdot 0,755 = 2251\text{kN} \\ 603\text{mm}^2 \cdot 550 \cdot 0,719 = 238,6\text{kN} \end{array} \right.$$

For at tjekke, om der er ligevægt opskrives ligningen for vandret projektion:

Vandret projektion :

$$N_c + N_{ac} - N_{at,1} - N_{at,2} = 343,3\text{kN} + 190,4\text{kN} - 295,0\text{kN} - 238,6\text{kN} = 0,11 \approx 0$$

Det ses, at summen tilnærmelsesvis er lig nul, hvilket stemmer med virkeligheden, da bøjlen ikke er påvirket af normalkraft. Der er således ligevægt i systemet!

For at bestemme momentkapaciteten af tværsnittet opstilles først betonresultantens moment omkring nullinien:

$$y' N_c = \frac{1}{3} \cdot 251,6 \text{ mm} \cdot 1,33 \cdot 25 \text{ MPa} \cdot (74,16 \text{ mm})^2 \cdot \ln\left(\frac{0,840^3 + 1}{0,840^3}\right) = 15,20 \text{ kNm}$$

Afstanden fra betonresultanten til nullinien bestemmes:

$$y' = \frac{y' N_c}{N_c} = \frac{15,20 \text{ kNm}}{343,3 \text{ kN}} = 44,28 \text{ mm}$$

Og dermed kan momentbæreevnen bestemmes:

Momentligevægt

$$M_{Rd} = \left(\frac{1}{2} \cdot 600 \text{ mm} - 74,16 \text{ mm} - 44,28 \text{ mm}\right) 343,3 \text{ kN} \dots$$

$$+ \left(\frac{1}{2} \cdot 600 \text{ mm} - 40 \text{ mm}\right) \cdot 190,4 \text{ kN} \dots$$

$$- \left(\frac{1}{2} \cdot 600 \text{ mm} - 90 \text{ mm}\right) \cdot 295,0 \text{ kN} - \left(\frac{1}{2} \cdot 600 \text{ mm} - 40 \text{ mm}\right) \cdot 238,5 \text{ kN} = 266,2 \text{ kNm}$$

Det tjekkes, om armeringen i den nederste armeringsstang flyder

Spænding i nederste armeringsstang:

$$\sigma_s = \min \left\{ \begin{array}{l} 2,0 \cdot 10^5 \cdot 0,76 \cdot 0,00375 \cdot \frac{(600 \text{ mm} - 74,16 \text{ mm} - 40 \text{ mm})}{74,16 \text{ mm}} = 3734 \text{ MPa} \\ 550 \text{ MPa} \cdot 0,72 = 395,5 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

Det ses således, at armeringen flyder.

8.7 Bæreevne ved kombineret forskydning og vridning

Effektivitetsfaktoren for forskydning og vridning bestemmes ved:

Effektivitetsfaktor, forskydning

$$v = 0,7 - \frac{25 \text{ MPa}}{200} = 0,575$$

Effektivitetsfaktor, vridning

$$v = 0,7 \cdot \left(0,7 - \frac{25 \text{ MPa}}{200}\right) = 0,403$$

Den indre momentarm, z:

$$z = 600 \text{ mm} - (74,16 - 44,28 \text{ mm}) - \frac{603 \text{ mm}^2 \cdot 40 \text{ mm} + 603 \text{ mm}^2 \cdot 90 \text{ mm}}{40 \text{ mm} + 90 \text{ mm}} = 505 \text{ mm}$$

Forskydningsbæreevne bestemmes ved at betragte bidrag fra forskydning og bidrag fra vridning. For ren forskydning fås følgende forskydningskapacitet for bøjle type 1 og 2.

$$V_{Rd,1\text{forskydning}} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{100,5\text{mm}^2}{150\text{mm}} \cdot 505\text{mm} \cdot 410\text{MPa} \cdot 0,65 \cdot 1,8 = 163,5\text{kN} \\ \frac{1,0 \cdot 251,6\text{mm} \cdot 505\text{mm} \cdot 0,575 \cdot 25\text{MPa}}{1,8 + 1,8^{-1}} = 775,5\text{kN} \end{array} \right.$$

$$V_{Rd,2\text{forskydning}} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{100,5\text{mm}^2}{300\text{mm}} \cdot 505\text{mm} \cdot 410\text{MPa} \cdot 0,65 \cdot 1,8 = 81,8\text{kN} \\ \frac{1,0 \cdot 251,6\text{mm} \cdot 505\text{mm} \cdot 0,575 \cdot 25\text{MPa}}{1,8 + 1,8^{-1}} = 775,5\text{kN} \end{array} \right.$$

Det ses, at en centralt belastet bjælke vil have en forskydningsbæreevne på 163,5kN ved bøjle type 1 og 81,8kN ved bøjle type 2.

Vridningsmomentet optages som forskydning langs bjælkens sider i tværsnit med tykkelsen t_{ef} ,

$$t_{ef} = \frac{251,5\text{mm} \cdot 575,8\text{mm}}{2 \cdot (251,5\text{mm} + 575,8\text{mm})} = 87,5\text{mm}$$

Arealet A_k bestemmes:

$$A_k = (251,6\text{mm} - 87,5\text{mm}) \cdot (575,8\text{mm} - 87,5\text{mm}) = 80090\text{mm}^2$$

Hvilket giver følgende vridningsbæreevne for de to bøjletyper.

$$T_{Rd,1} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{100,5\text{mm}^2}{150\text{mm}} \cdot 80090\text{mm}^2 \cdot 419 \cdot 0,65 \cdot 1,8 = 25,9\text{kNm} \\ 2 \cdot 0,403 \cdot 1,0 \cdot 25\text{MPa} \cdot 80090\text{mm}^2 \cdot 87,5\text{mm} \cdot \sin(0,507) \cdot \cos(0,507) = 59,9\text{kNm} \end{array} \right.$$

$$T_{Rd,2} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{100,5\text{mm}^2}{300\text{mm}} \cdot 80090\text{mm}^2 \cdot 419 \cdot 0,65 \cdot 1,8 = 13,0\text{kNm} \\ 2 \cdot 0,403 \cdot 1,0 \cdot 25\text{MPa} \cdot 80090\text{mm}^2 \cdot 87,5\text{mm} \cdot \sin(0,507) \cdot \cos(0,507) = 59,9\text{kNm} \end{array} \right.$$

Kombineres bidraget fra vridning med bidraget fra ren forskydning fås følgende forskydningsbæreevne ved kombineret belastning:

Forskydningsbæreevne type 1, flydning i armering

$$V_{Rd,1} = \frac{163,5\text{kN} \cdot 25,9\text{kN}}{163,5\text{kN} \cdot 0,069\text{mm} + 25,9\text{kNm}} = 114\text{kN}$$

Forskydningsbæreevne type 2, flydning i armering

$$V_{Rd,2} = \frac{81,8\text{kN} \cdot 13,0\text{kN}}{81,8\text{kN} \cdot 0,069\text{mm} + 13,0\text{kNm}} = 57,0\text{kN}$$

Forskydningsbæreevne, trykbrud i beton

$$V_{Rd,z} = \frac{775,5kN \cdot 59,9kN}{775,5kN \cdot 0,069mm + 59,9kNm} = 411kN$$

Som det fremgår, har den excentrisk påvirkede bjælke en forskydningsbæreevne på 114kN ved bøjle type 1 og 57,0 kN ved bøjle type 2.

8.8 Forankringskraft

Forankringskraften bestemmes som for den kolde beregning.

Forankring:

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot 69mm \cdot 100,8kN \cdot \frac{1,8}{251,6mm - 87,5mm} + 0,5 \cdot 100,8kN \cdot 1,8 = 128,8kN$$

Det ses således, at den langsgående trækarmering skal forankres for en kraft på 128,9kN.