Betonelementforeningen

Vibrationskomfort i dækkonstruktioner

Bernt Suikkanen – COWI A/S, 1. udgave. Oktober 2010.

1 Indledning

I dette afsnit gennemgås en beregningsmodel til vurdering af vibrationskomforten i dækkonstruktioner med dynamisk personlast, baseret på EN 1991-1-1 DK NA:2007. Der skelnes mellem gang og koordinerede bevægelser fra personer (rytmisk personlast).

I første kapitel beskrives baggrunden for de funktionskrav, som konstruktionen skal opfylde for at fungere tilfredsstillende. Kravene er baseret på EN 1990 DK NA:2007.

I de følgende kapitler beskrives lastmodel, konstruktionsmodel og beregning af lastvirkning.

Til sidst vises to eksempler på eftervisning af vibrationskomfort i en kontorbygning og et fitnesscenter.

2 Komfortkriterier

Svingninger af dækkonstruktioner vurderes i forhold til den acceleration som belastningen fremkalder i konstruktionen.

Under svingningen varierer konstruktionens acceleration mellem 0 og en maksimal værdi.

Accelerationen kan enten angives som den maksimale acceleration i svingningen (a_{max}) eller spredningen på accelerationen (σ_a).

Hvis den tidsmæssige variation af svingningen følger en sinusfunktion er $\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_{max}$.

Af og til ses bevægelsens intensitet også angivet i dB (i forhold til 10^{-6} m/s^2): dB = $20 \cdot log \frac{a}{10^{-6} m/s^2}$

En spredning på accelerationen på 0,01 m/s^2 svarer således til 80 dB.

I det følgende anvendes spredningen på accelerationen (σ_a) som mål for bevægelsens intensitet. I udenlandsk litteratur benævnes spredningen på accelerationen ofte rms (root-mean-square) værdien af accelerationen.

Acceptgrænser afhænger af mange forhold, herunder retning i forhold til rygraden, frekvens og hyppighed af betydende svingninger.

Mennesker er særligt følsomme for lodrette svingninger (i rygradens retning) i frekvensintervallet 4-8 Hz, idet menneskets laveste egenfrekvens er i størrelsesordenen 5 Hz. Tolerancen over for accelerationer er derfor særligt lav omkring denne frekvens.

Hyppigheden af betydende svingninger afhænger af risikoen for, at belastningens frekvens falder sammen med gulvets egenfrekvens (gangresonans). Gulvkonstruktioner udført af TT-dæk kan have flere tætliggende egenfrekvenser end gulvkonstruktioner udført af huldæk og dermed større hyppighed af betydende svingninger. Der er dog på nuværende tidspunkt ikke tilstrækkeligt grundlag for at differentiere acceptgrænser mellem de to dæktyper.

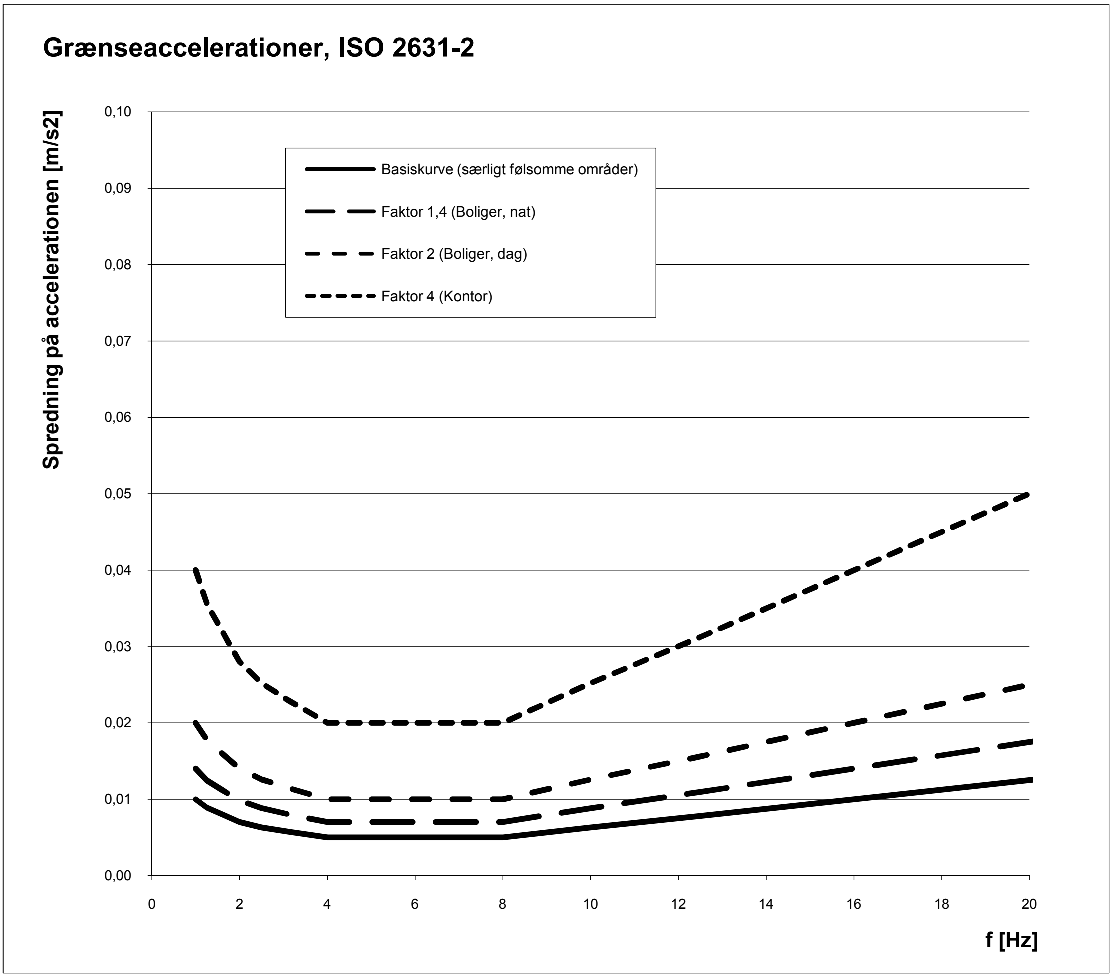
Grænser for acceptable svingninger kan bl.a. findes i ISO 2631-2:1989, hvor udgangspunktet er en basiskurve som angiver tærskelværdier for accelerationer i særligt kritiske arbejdsområder, som for eksempel operationsstuer på hospitaler og visse laboratorier.

Ud fra denne basiskurve fastsættes komfortgrænsen for andre anvendelser ved at multiplicere basiskurven med en faktor.

For boliger foreslås en multiplikationsfaktor på 1,4 om natten og 2-4 om dagen.

For kontorarealer foreslås en multiplikationsfaktor på 4.

Grænser for acceptable svingninger i boliger og kontorer ved forskellige frekvenser er vist på nedenstående figur 1.



Figur 1 Grænseaccelerationer (ISO 2631-2:1989)

For en uddybning af ovenstående henvises til "B.C. Jensen og S. O. Hansen: Bygningsberegninger, 2010", ref [4].

I EN 1990 DK NA:2007 er acceptable spredninger på accelerationerne (σ_a) simplificeret til

- 0,1 % af tyngdeaccelerationen for boliger, svarende til 0,01 m/s^2
- 0,2 % af tyngdeaccelerationen for kontorer, svarende til 0,02 m/s^2
- 10 % af tyngdeaccelerationen for tribuner, fitnesscentre, sportshaller og forsamlingslokaler , svarende til 1 m/s^2.

For at undgå, at kravene overskrides kan konstruktionens egenfrekvens holdes over en passende grænsefrekvens, der afhænger af konstruktionstype og belastning. Hvis konstruktionens egenfrekvens er lavere bør konstruktionens accelerationer for den aktuelle belastning beregnes og sammenholdes med de angivne krav til spredning på accelerationen.

I EN 1990 DK NA:2007 angives følgende grænser for konstruktionens laveste egenfrekvens som normalt fører til en tilfredsstillende funktion

- 8 Hz for kontorer og boliger
- 10 Hz for tribuner, fitnesscentre, sportshaller og forsamlingslokaler

Tilsvarende angives, at funktionen ofte ikke er tilfredsstillende såfremt laveste egenfrekvens er mindre end

- 5 Hz for kontorer og boliger
- 6 Hz for tribuner, fitnesscentre, sportshaller og forsamlingslokaler.

3 Lastmodel

For at kunne beregne virkningerne af den dynamiske last, er det nødvendigt at tilnærme lasten med en sum af belastninger, der varierer som sinusfunktioner af tiden, jf. EN 1991-1-1 DK NA:2007, kap. C.2.

Personlasten modelleres som en fourierrække bestående af en statisk last og tre harmoniske lastkomponenter med bevægelsesfrekvensen, 2 x bevægelsesfrekvensen og 3 x bevægelsesfrekvensen.

$$q_L = F_p \left[1 + \sum_{j=1,2,3} \alpha_j K_j \sin(j\omega_p t + \varphi_j) \right]$$

hvor
- F_p er gennemsnitlig statisk personlast pr. m^2
- $\omega_p = 2\pi n_p$ er den cykliske bevægelsesfrekvens
- α_j er amplitudefaktoren for den j'te harmoniske lastkomponent
- K_j størrelsesreduktionsfaktoren for den j'te harmoniske lastkomponent, der er en faktor som tager hensyn til at personernes bevægelser ikke er fuldt korrelerede. Ved fuldt korrelerede påvirkninger er $K_j = 1$.

Modellen er illustreret på nedenstående fig. 2.

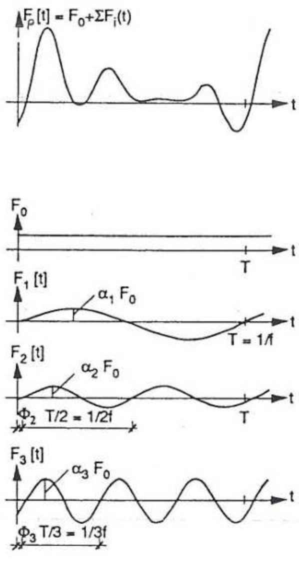
$$q_L = F_p \left[1 + \sum_{j=1,2,3} \alpha_j K_j \sin(j\omega_p t + \varphi_j) \right]$$

Statisk lastandel: F_p

1. harmoniske lastkomponent: $F_p \alpha_1 K_1 \sin(\omega_p t)$

2. harmoniske lastkomponent: $F_p \alpha_2 K_2 \sin(2\omega_p t)$

3. harmoniske lastkomponent: $F_p \alpha_3 K_3 \sin(3\omega_p t)$



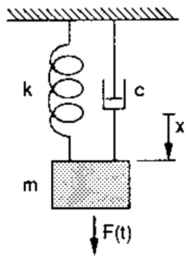
Figur 2 Fourierudvikling af periodisk funktion. Figuren illustrer det matematiske princip ($F_p(t)$ på øverste figur er i praksis naturligvis altid større end 0).

4 Konstruktionsmodeller

4.1 Generaliseret system

Såfremt man kun ønsker at undersøge en svingningsform, kan den virkelige konstruktion beregningsmæssigt erstattes af et system med en frihedsgrad, bestående af en masse ophængt i en lineær fjeder og en viskos dæmper.
Ved beregningen erstattes konstruktionens masse, stivhed og last af den generaliserede masse, generaliserede stivhed og generaliserede kraft. Metoden er nærmere beskrevet i f.eks. "B.C. Jensen & S.O. Hansen: Bygningsberegninger, 2010", ref [4] og "B. Bonnerup, B.C. Jensen og C.M. Plum: Stålkonstruktioner efter DS/EN 1993, 2008", ref [5].

Modellen er illustreret på nedenstående figur 3.



Figur 3 Én frihedsgrads model med lineær fjeder og viskos dæmper

Cyklisk egenfrekvens: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Egenfrekvens: $n_1 = \dfrac{\omega}{2\pi}$

I nedenstående tabel 1 er de generaliserede størrelser angivet for

- en simpelt understøttet bjælke med jævnt fordelt masse w og spændvidde l.
  Skønnet svingningsform: $\psi(x) = \sin\dfrac{\pi \cdot x}{l}$

- en rektangulær isotrop plade med jævnt fordelt masse w simpelt understøttet langs alle fire sider. Længde l og bredde b.
  Skønnet svingningsform: $\psi(x, y) = \sin\dfrac{\pi \cdot x}{l}\sin\dfrac{\pi \cdot y}{b}$
  ν betegner Poissons forhold.

I tabellen er endvidere angivet den generaliserede kraft for en enkeltkraft, $F = F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ på midten og en jævnt fordelt last, $p = p_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

De generaliserede størrelser er især praktiske i regneark med pladeberegninger, idet der ikke findes færdige formler for nedbøjningen af plader. Ved bjælkeberegninger er det ofte nemmere at bruge færdige formler for egenfrekvens og nedbøjning fra f.eks. teknisk Ståbi.

Konstruktion	Generaliseret masse (m)	Generaliseret stivhed (k)	Generaliseret kraft (enkeltkraft på midten)	Generaliseret kraft (jævnt fordelt last)
Simpel bjælke	$\frac{1}{2} \cdot w \cdot l$	$\frac{1}{2} \cdot E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{l^3}$	$F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$	$\frac{2 \cdot l}{\pi} \cdot p_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$
Plade	$\frac{1}{4} \cdot w \cdot b \cdot l$	$\frac{EI}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{\pi^2}{l^2} + \frac{\pi^2}{b^2} \right)^2 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{b}{2}$	$F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$	$4 \cdot \frac{b \cdot l}{\pi^2} \cdot p_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Tabel 1. Generaliserede størrelser for simpel bjælke og plade med enkeltkraft og jævnt fordelt last

4.2 Betonelementdæk

Dækkonstruktioner udført af huldækelementer understøttet på alle fire sider kan beregnes som isotrope plader med stivhed svarende til dækelementernes spændretning, såfremt forholdet mellem spændvidde og feltlængde er mindre end ca. 3,5 , jf.”B. Suikkanen, F.C. Collette og J. Laigaard: Vibrationskomfort i huldækkonstruktioner. Undersøgelsesrapport, april 2001”, ref [2].

For dækkonstruktioner udført af huldækelementer som kun er understøttet på to sider, regnes den medvirkende pladebredde maksimalt lig med spændvidden, jf. ”ATC Design Guide 1. Minimizing Floor Vibration by, 1999”, ref. [1].

For ribbedækkonstruktioner (TT-dæk) kan jf. ”ATC Design Guide 1. Minimizing Floor Vibration by, 1999”, ref. [1] regnes med følgende medvirkende pladebredder:

- For ribbedækkonstruktioner uden konstruktiv overbeton kan den medvirkende bredde maksimalt regnes til 1/3 af spændvidden.

- For ribbedækkonstruktioner med konstruktiv overbeton kan den medvirkende bredde maksimalt regnes til 2/3 af spændvidden.

Stivhed

Det dynamiske elasticitetsmodul for betondækelementer kan vælges 20 % højere end begyndelseselasticitetsmodulet for beton:

$$E_{dyn} = 1{,}2 \cdot E_{cok} = 1{,}2 \cdot 51.000 \cdot \frac{f_{ck}}{f_{ck} + 13}$$

hvor f_{ck} og E_{cok} regnes i MPa.

For huldækkonstruktioner kan normalt regnes med E = 50.000 MPa, jf.”B. Suikkanen, F.C. Collette og J. Laigaard: Vibrationskomfort i huldækkonstruktioner. Undersøgelsesrapport, april 2001”, ref [2].

For plader kan Poissons forhold (ν) sættes til 0,2.

5 Beregning af lastvirkning

Konstruktionens skal i henhold til EN 1991-1-1 DK NA:2007, kap. C.5, undersøges for følgende bevægelsesfrekvenser

- Resonans, hvor bevægelsesfrekvensen afpasses således, at den laveste harmoniske lastkomponent har samme frekvens som konstruktionens egenfrekvens

- Størst mulig bevægelsesfrekvens

5.1 Beregning af acceleration

Udbøjningen af konstruktionen kan beregnes som den statiske udbøjning gange frekvensresponsfaktoren, H:

$$u = H \cdot u_{statisk} \cdot \sin(\omega \cdot t) \qquad (5.1\text{-}1)$$

hvor frekvensresponsfaktor er givet ved $H(\eta) = \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4\varsigma^2\eta^2}}$

η: Frekvensforhold = lastfrekvens/egenfrekvens

ζ: Dæmpningsforholdet = summen af konstruktionens dæmpning og personernes dæmpning.

Bemærk at EN 1991-1-1 DK NA:2007 angiver dæmpningen ved det logaritmiske dekrement, $\delta = 2\pi \cdot \zeta$

H er afbilledet på nedenstående fig. 4, side 22.

Maksimal frekvensfaktor $H_{\max} = \frac{1}{2\zeta}$ fås hvor η = 1 (resonans, dvs. lastfrekvens = egenfrekvens).

Acceleration findes herefter ved at differentiere udbøjningen to gange med hensyn til tiden:

$$a = \frac{d^2u}{dt^2} = H \cdot u_{statisk} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Heraf fås den maksimale acceleration: $a_{\max} = H \cdot \omega^2 \cdot u_{statisk}$ (5.1-2)

Spredning på accelerationen: $\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_{max}$

5.2 Beregning af ækvivalent statisk last

Af formel (5.1-1) ses, at den statisk ækvivalente last for en harmonisk varierende last, $F=F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ kan beregnes som

$$F_s = H \cdot F_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

hvor F_0 er påvirkningens amplitude.

I lastmodellen er belastningen sammensat af en statisk last og harmoniske lastkomponenter. Den samlede statisk ækvivalente last er således summen af den statiske last og de statisk ækvivalente harmoniske laster .

Udtrykket er egentlig ikke helt korrekt, idet kraften i fastholdelsen er summen af fjederkraften og dæmpningskraften. Kraften er ikke størst ved maksimal udbøjning (hvor hastigheden og dermed dæmpningskraften er 0). I stedet for H, skulle anvendes forstærkningen:

$$D = \sqrt{\frac{1 + 4 \cdot \varsigma^2 \cdot \eta^2}{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot \varsigma^2 \cdot \eta^2}}$$

I praksis er D = H, idet $4 \cdot \zeta^2 \cdot \eta^2$ næsten er nul. I det følgende anvendes udtrykket H for forstærkningen.

5.3 Responsanalyse

Masse

Den kritiske lastfrekvens er normalt konstruktionens egenfrekvens (resonans). Udtrykkes den statiske nedbøjning og den cykliske egenfrekvens ved den generaliserede stivhed k, den generaliserede masse m og den harmoniske lasts amplitude F fås:

$$u_{statisk} = \frac{F}{k} \quad \text{og} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Indsættes disse størrelser i udtrykket for den maksimale acceleration fås

$$a_{max} = H \cdot \omega^2 \cdot u_{statisk} = H \cdot \frac{k}{m} \cdot \frac{F}{k} = H \cdot \frac{F}{m}$$

Heraf ses, at accelerationen er omvendt proportional med den medsvingende masse. Alt andet lige betyder en fordobling af massen således en halvering af accelerationen.

En forøgelse af massen medfører dog også en mindre egenfrekvens, som kan resultere i, at der skal anvendes en større amplitudefaktor α.

Eksempel
Hvis dækkets egenfrekvens ved en lille medsvingende masse er 5,1 Hz er amplitudefaktoren for den kritiske lastkomponent α_3 = 0,06, svarende til en bevægelsesfrekvens på 5,1/3 = 1,7 Hz ved gangresonans.

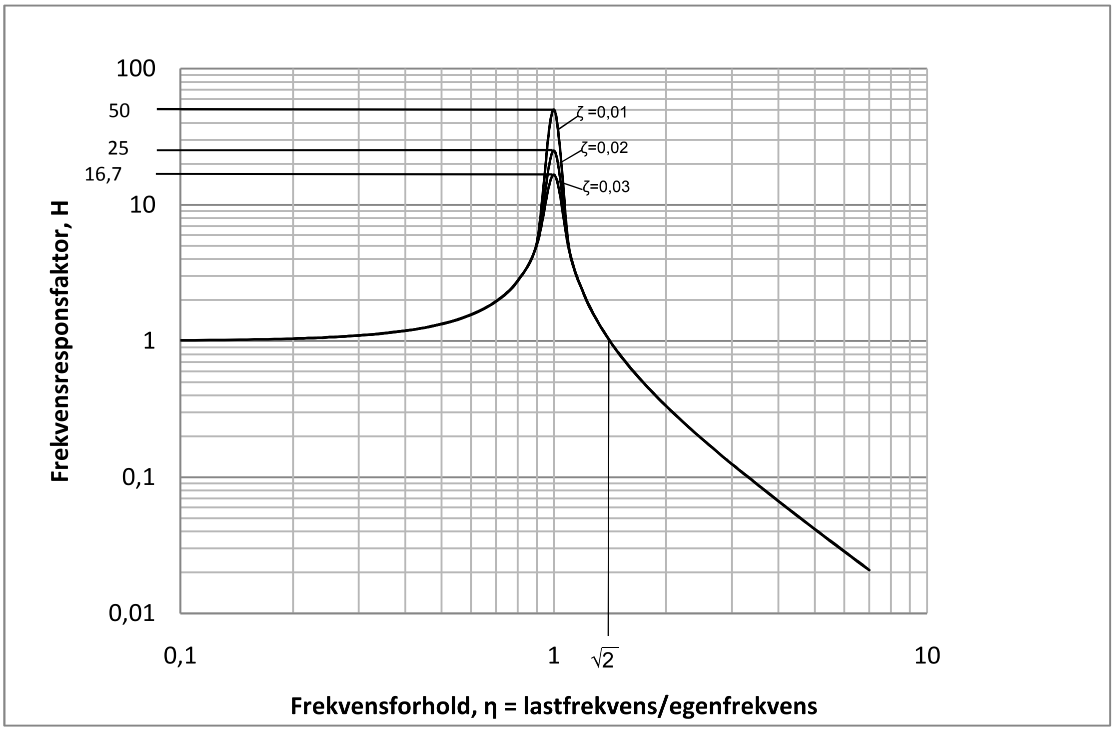
Hvis dækkets egenfrekvens med en lidt større medsvingende masse bliver 4,8 Hz er amplitudefaktoren for den kritiske lastkomponent α_2 = 0,1, svarende til en bevægelsesfrekvens på 4,8/2 = 2,4 Hz ved gangresonans.

Alt andet lige betyder dette altså en forøgelse af accelerationen på 67 % (alt andet er ikke lige, idet bl.a. massen er forøget, hvilket betyder en formindskelse af accelerationen proportionalt med massen).

Det er derfor vigtigt, at regne med lidt forskellige forudsætninger når man analyserer sin dækkonstruktion.

Lastfrekvens og dæmpning

Frekvensresponsfaktoren H er illustreret på nedenstående figur 4.



Figur 4 Frekvensresponsfaktoren som funktion af frekvensforholdet for dæmpningsforholdene ζ = 0,01, 0,02 og 0,03.

Af figuren ses, at

- hvor lastfrekvensen er væsentlig mindre end konstruktionens egenfrekvens kan lasten regnes statisk (kvasistatisk last).

- hvor lastfrekvensen er nær konstruktionens egenfrekvens sker der en betydelig forstærkning af den statiske last. Ved et typisk dæmpningsforhold på 0,02 forstærkes lasten således med en faktor 25. Jo større dæmpningsforholdet er, jo mindre er forstærkningen.

- hvor lastfrekvensen er større end $\sqrt{2}$ gange konstruktionens egenfrekvens sker der en dæmpning af lasten.

Dæmpningsforholdet er sammensat af to bidrag. Et bidrag fra persondæmpningen og et bidrag fra konstruktionens dæmpning.

Persondæmpningen tager hensyn til, at alle personers bevægelser ikke optræder ved kun en frekvens (nogle virker som ”dæmpere”).

Der skelnes mellem to typer konstruktionsdæmpning

- Modaldæmpning, som angiver dæmpningsforholdet ved en vedvarende svingning

- Dæmpning fra måling af en stødpåvirkning, hvor amplitudereduktionen måles efter stødpåvirkningen ("Log-decrement damping")

Modaldæmpningen, som er relevant ved beregning af vibrationer fra gang og rytmisk last, er ca. halvdelen af "Log-decrement damping".

Modaldæmpningen for en dækkonstruktion afhænger meget af indretningen og ikke-bærende komponenter (lette skillevægge, lofter, møbler mm). Dæmpningsforholdet for den rå konstruktion kan være meget lav ($\zeta < 0{,}01$). Ikke-bærende komponenter kan medføre at dæmpningsforholdet øges helt op til $\zeta = 0{,}05$.

Eksempler på typiske dæmpningsforhold (samlet modaldæmpning fra konstruktion og personer):

- Trækonstruktioner $\zeta = 0{,}01$ (EC 5, kap. 7.3.1 (3))

- Præfabrikerede betonkonstruktioner (med præfab. beton- eller stålbjælker)
  - gangarealer $\zeta = 0{,}01$ (ATC Design Guide)
  - papirløst kontor med få skillevægge (anvendes normalt) $\zeta = 0{,}02$ (ATC Design Guide)
  - almindeligt møbleret kontoretage med lave skillevægge $\zeta = 0{,}03$ (ATC Design Guide)
  - indretning med cellekontorer og etagehøje skillevægge $\zeta = 0{,}05$ (ATC Design Guide)

6 Beregning og vurdering af accelerationer fra ganglast

Som det fremgår af afsnit 5 kræver beregning af den maksimale acceleration kun kendskab til nedbøjningen fra den statiske last i det kritiske punkt, konstruktionens egenfrekvens og dæmpningsforholdet. Accelerationen kan herefter beregnes af formel (5.1-2).

Konstruktionen skal undersøges for følgende bevægelsesfrekvenser

- Resonans, hvor bevægelsesfrekvensen afpasses således, at den laveste harmoniske lastkomponent har samme frekvens som konstruktionens egenfrekvens

- Størst mulig bevægelsesfrekvens

Ved resonans er det normalt kun accelerationen fra den lastkomponent som er i resonans med konstruktionen, der har betydning (se eksempel 1).

Ved størst mulig bevægelsesfrekvens beregnes den samlede spredning på accelerationen som kvadratroden af kvadratsummen på de tre accelerationer, dvs spredningen på accelerationen kan således bestemmes af

$$\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad \text{hvor}$$

a_1 er den maksimale acceleration fra den 1. harmoniske lastkomponent

a_2 er den maksimale acceleration fra den 2. harmoniske lastkomponent

a_3 er den maksimale acceleration fra den 3. harmoniske lastkomponent

Den maksimale acceleration fra den i'te harmoniske lastkomponent er jf. formel (5.1-2):

$$a_i = H \cdot \omega_i^2 \cdot u_{i,statisk}$$

Ved vurdering af vibrationskomforten regnes normalt kun med at én person går på dækket. Personens vægt sættes til 0,75 kN og det antages at personen går midt på dækket.

Accelerationen fra n personer som bevæger sig uafhængigt af hinanden findes som accelerationen fra én person x kvadratroden af antal personer.

Generelt kan spredningen på accelerationen fra n personer således bestemmes af

$$\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\alpha_1 K_1 H_1 \omega_p^2 u_{statisk})^2 + (\alpha_2 K_2 H_2 (2\omega_p)^2 u_{statisk})^2 + (\alpha_3 K_3 H_3 (3\omega_p)^2 u_{statisk})^2} \quad \text{hvor}$$

- $u_{statisk}$ er nedbøjningen for den statiske personlast (n personer)
- $\omega_p = 2 \cdot \pi \cdot n_p$ er personernes cykliske bevægelsesfrekvens
- n_p er bevægelsesfrekvensen for personerne
- H_j er den j'te harmoniske lastkomponents frekvensresponsfaktor
- K_j er størrelsesreduktionsfaktoren, $K_j = \frac{1}{\sqrt{n}}$ idet korrelationskoefficienterne kan sættes til 0 (personerne bevæger sig uafhængigt af hinanden)
- α_j er amplitudefaktoren (fourierkoefficienten for den j'te harmoniske lastkomponent)
- n antal personer

Spredningen på accelerationen skal sammenholdes med acceptkravene i EN 1990 DK NA:2007, tabel A1.4 for boliger og kontorlokaler.

I praktiske beregninger er det meget vigtigt at have styr på enhederne. Det anbefales, at benytte enhederne m (længde), N (kraft), kg (masse) og s (tid). Herved undgås fejl i dimensioner, idet 1 N = 1 kg·1m/s^2.

Eksempel 1

Konstruktion og anvendelse
Gulvkonstruktion i kontorbygning med storrumskontorer udført af 320 mm forspændte huldækelementer.

Spændvidde: 12,00 m. Længde: 30,00 m. Gulvfeltet er understøttet på betonelementvægge langs fire sider.

Belastning
Medsvingende masse

Egenvægt, 320 mm huldæk	410 kg/m^2
Linoleum på tyndpuds og nedhængt loft/installationer	60 kg/m^2
Nyttelast fra personer, inventar m.m.	
(1 arbejdsplads pr. 10 m^2 med 10 m hyldeplads)	70 kg/m^2
I alt	540 kg/m^2

Dynamisk personlast
Vægt af én person: 0,75 kN

Belastningens grundfrekvens ligger ifølge EN 1991-1-1 DK NA:2007, tabel C.1 imellem 1,6 og 2,4 Hz.

Amplitudefaktorerne er:

α_1 = 0,4 (1. harmoniske)

α_2 = 0,1 (2. harmoniske)

α_3 = 0,06 (3. harmoniske)

Tværsnit og materialer
Inertimoment (pr. 1,20 m) : I = $1{,}95 \cdot 10^{-3}$ m^4/m.

Dæmpningsforhold: ζ = 0,02 (det logaritmiske dekrement: $\zeta_s = 2\pi \cdot 0{,}02 = 0{,}126$).

Elasticitetsmodul (B45) : E = $5 \cdot 10^{10}$ N/m^2 (jf. B. Suikkanen, F.C. Collette og J. Laigaard: Vibrationskomfort i huldækkonstruktioner. Undersøgelsesrapport, april 2001", ref [2]).

Beregning
Konstruktionens egenfrekvens

Generaliseret masse: $m = \frac{1}{4} \cdot w \cdot b \cdot l = 48600\ kg$

Generaliseret stivhed: $k = \frac{EI}{1-\nu^2} \cdot \left(\frac{\pi^2}{l^2} + \frac{\pi^2}{b^2} \right)^2 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{b}{2} = 5{,}78 \cdot 10^7\ N/m$

Laveste cykliske egenfrekvens:

$\omega_1 = \sqrt{k/m}$ = 34,48 s^{-1}, svarende til $n_1 = \omega_1 / 2\pi$ = 5,49 Hz.

Heraf ses, at den 3. harmoniske lastkomponent er kritisk ved en bevægelsesfrekvens på 5,49Hz/3 = 1,83 Hz (som opfylder kravet til at bevægelsesfrekvensen skal ligge i intervallet 1,6-2,4 Hz).

GANGRESONANS – ACCELERATION FRA KRITISK LASTKOMPONENT

Statisk nedbøjning for en enkeltkraft på 0,75 kN midt på pladen:

$$u_{statisk} = \frac{F_p}{k} = \frac{750}{5{,}78 \cdot 10^7} = 1{,}30 \cdot 10^{-5}\, m$$

Maksimal acceleration for den 3. harmoniske lastkomponent (α_3 = 0,06):

$$a_{\max} = \frac{1}{2\varsigma} \cdot \omega^2 \cdot u_{statisk} = \frac{1}{2 \cdot 0{,}02} \cdot 34{,}48^2 \cdot (0{,}06 \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-5}) = 25 \cdot 34{,}48^2 \cdot 7{,}8 \cdot 10^{-7} = 0{,}023\ m/s^2,$$

svarende til en spredning på accelerationen på $\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a_{\max} = 0{,}016\ m/s^2$

Hvilket er mindre end komfortkravet til kontorer.

GANGRESONANS – ALLE LASTKOMPONENTER

1. harmoniske lastkomponent, 1,83 Hz.

α_1 = 0,4. H_1 = 1,12. Max acceleration: $a_{\max} = H_1 \cdot (2\pi \cdot n_p)^2 \cdot \alpha_1 \cdot u_{statisk} = 0{,}0008\ m/s^2$

2. harmoniske lastkomponent, 2·1.83 Hz = 3,66 Hz.

α_2 = 0,1. H_2 = 1,80. Max acceleration: $a_{\max} = H_2 \cdot (2\pi \cdot 2n_p)^2 \cdot \alpha_2 \cdot u_{statisk} = 0{,}0012\ m/s^2$

3. harmoniske lastkomponent, 3·1.83 Hz = 5,49 Hz.

α_3 = 0,06. H_3 = 25. Max acceleration: $a_{\max} = H_3 \cdot (2\pi \cdot 3n_p)^2 \cdot \alpha_3 \cdot u_{statisk} = 0{,}023\ m/s^2$

Spredningen på accelerationen: $\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{0{,}008^2 + 0{,}0012^2 + 0{,}023^2} = 0{,}017\ m/s^2$

STØRST MULIG BEVÆGELSESFREKVENS, n_p = 2,4 Hz

1. harmoniske lastkomponent, 2,4 Hz

α_1 = 0,4. H_1 = 1,24. Max acceleration: $a_{\max} = H_1 \cdot (2\pi \cdot n_p)^2 \cdot \alpha_1 \cdot u_{statisk} = 0{,}0015\ m/s^2$

2. harmoniske lastkomponent, 2·2,4 Hz = 4,8 Hz

α_2 = 0,1. H_2 = 4,21. Max acceleration: $a_{\max} = H_2 \cdot (2\pi \cdot 2n_p)^2 \cdot \alpha_2 \cdot u_{statisk} = 0{,}0050\ m/s^2$

3. harmoniske lastkomponent, 3·2,4 Hz = 7,2 Hz

α_3 = 0,06. H_3 = 1,38. Max acceleration: $a_{\max} = H_3 \cdot (2\pi \cdot 3n_p)^2 \cdot \alpha_3 \cdot u_{statisk} = 0{,}0022\ m/s^2$

Spredningen på accelerationen: $\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{0{,}0015^2 + 0{,}0050^2 + 0{,}0022^2} = 0{,}004\ m/s^2$

Heraf ses, at accelerationen i tilfældet med gangresonans helt og holdent er bestemt af den kritiske lastkomponent. Det ses endvidere, at størst mulig bevægelsesfrekvens ikke er kritisk.

Konstruktionen opfylder acceptkravet til kontorlokaler, idet spredningen på accelerationen er mindre end 0,02 m/s^2.

7 Beregning og vurdering af accelerationer fra rytmisk personlast

Beregningen af rytmisk personlast adskiller sig fra ovenstående ved at flere personer bidrager til belastningen mere eller mindre koordineret. Virkningen af personernes påvirkning afhænger af korrelationen mellem de enkelte personers påvirkning. Fuldt korrelerede påvirkninger svarer til en korrelationskoefficient ρ = 1, dvs personerne bevæger sig fuldstændig i takt og giver den maksimale påvirkning. Den samlede virkning bliver væsentlig mindre når de enkelte påvirkninger er ukorrelerede. Når påvirkningen fra den enkelte person er uafhængig af påvirkningen fra de øvrige personer, er korrelationskoefficient $\rho = 0$.

På grundlag af korrelationskoefficienten beregnes størrelsesreduktionsfaktoren for den j'te harmoniske påvirkning $K_j = \sqrt{\rho_j + \frac{1-\rho_j}{n_{eff}}}$, hvor n_{eff} er det effektive antal personer.

Det interessante er, at korrelationskoefficienten afhænger af frekvensen. For koordineret fri bevægelse er $\rho_1 = 1{,}0$, $\rho_2 = 0{,}3$ og $\rho_3 = 0{,}03$. For 50 personer giver det for eksempel $K_3 = 0{,}24$, svarende til en reduktion på 76 %. Hvis konstruktionens egenfrekvens ligger mellem 6 Hz og 9 Hz stammer påvirkningen i det væsentlige fra den 3. harmoniske lastkomponent i resonans med konstruktionens egenfrekvens, da bevægelsesfrekvensen maksimalt kan antage værdien 3 Hz. Konstruktionens acceleration bliver således 4 gange mindre end hvis personerne havde bevæget sig fuldstændig i takt.

Beregningsprocedure og formler er udførligt beskrevet i EN 1991-1-1 DK NA:2007, anneks C. Den teoretiske baggrund og de bagvedliggende forsøg er beskrevet i "S.O. Hansen & J.D. Sørensen: Dynamic loads due to synchronized movements of people, 2002", ref [3].

I det følgende vises et praktisk eksempel på anvendelse af beregningsmetoden.

Ved beregning af den samlede lastvirkning ved den størst mulige bevægelsesfrekvens multipliceres kvadratroden af kvadratsummen af de enkelte lastkomponenter med 1,5, når ingen af lastkomponenterne er i resonans med konstruktionen $k_F = a\sqrt{\sum_{j=1}^{3}(\alpha_j K_j H_j)^2}, a = 1{,}5$

Lastvirkning, ækvivalent statisk last og acceleration beregnes først ved anvendelse af formlerne i afsnit 5. Til sidst vises en gennemregning direkte ved anvendelse af formlerne i EN 1991-1-1 DK NA:2007, afsnit C.4 og C.5.

Det er alene reglerne for reduktion af lasten (størrelsesreduktionsfaktorerne) og summeringen af bidragene fra de enkelte lastkomponenter ved beregningen af ækvivalent statisk last som er særlige for rytmisk personlast.

Eksempel 2

Konstruktion og anvendelse

Gulvkonstruktion i fitnesscenter bestående af 5 stk. TT 60 elementer á 2,4 m med 60 mm overbeton.

Spændvidde: 12,90 m.

Belastning: EN 1991-1-1 DK NA:2007, anneks C , tabel C.1: Lastgruppe "Fri bevægelsesmulighed".

Gulvet beregnes for en gennemsnitlig statisk personlast på 0,5 kN/m^2 (svarende til 0,67 personer pr. m^2, hvilket er en meget høj værdi).

I alt 12,90 x 12 = 155 m^2, svarende til antal personer n = 0,67 · 155 = 104.

Tværsnit og materialer

Inertimoment (pr. 1,20 m) : I = 7,983 · 10^{-3} m^4, svarende til 7,98 · 10^{-2} m^4 for hele gulvet.

Modstandsmoment for undersiden: W = 0,0171 m^3 (pr. 1,20 m).

Dæmpningsforhold: $\zeta = 0{,}02$ (det logaritmiske dekrement: $\zeta_s = 2\pi \cdot 0{,}02 = 0{,}126$).

Dynamisk elasticitetsmodul (B45): $E = 1{,}2 \cdot 51000 \cdot \dfrac{45}{45+13} MPa = 4{,}7 \cdot 10^{10}\, N/m^2$

Last
Egenvægt, inklusiv gulv: 12 m · 535 kg/m^2 = 6420 kg/m.

Statisk personlast: 12 m · 50 kg/m^2 = 600 kg/m.

Fourierkoefficienterne (amplitudefaktorerne) er:

$\alpha_1 = 1{,}6$ (1. harmoniske)

$\alpha_2 = 1{,}0$ (2. harmoniske)

$\alpha_3 = 0{,}2$ (3. harmoniske)

Korrelationskoefficienterne er:

$\rho_1 = 1$

$\rho_2 = 0{,}3$

$\rho_3 = 0{,}03$

Beregning
Konstruktionens egenfrekvens. I henhold til EN 1991-1-1 DK NA:2007 skal last, der fremkaldes af bevægelige masser (herunder personer), medtages i beregningsmodellen.

Medsvingende masse: $\mu = 6420+600 = 7020$ kg/m.

Laveste cykliske egenfrekvens (se f.eks. teknisk ståbi):

$\omega_1 = 9{,}87/l^2 \cdot \sqrt{EI/\mu} = 43{,}325 s^{-1}$, svarende til $f_1 = \omega_1 / 2\pi = 6{,}9$ Hz.

<u>RESONANS</u>
Bevægelsesfrekvensen n_p ligger ifølge EN 1991-1-1 DK NA:2007, tabel C.1 imellem 0,5 og 3 Hz. I det følgende regnes med 2,3 Hz, således at den 3. harmoniske lastkomponent giver resonans (6,9 Hz = 3 x 2,3 Hz).

Det effektive antal personer beregnes iht EN 1991-1-1 DK NA:2007, afsnit C.2 (4):

Det effektive antal personer for 1. og 2. harmoniske lastkomponent: $n_e = \dfrac{3}{4} \cdot 104 = 78$

Det effektive antal personer for 3. harmoniske lastkomponent (som er i resonans med konstruktionen):

$$n_e = \frac{8}{\pi^2} \cdot 104 = 84$$

Størrelsesreduktionsfaktorerne beregnes af EN 1991-1-1 DK NA:2007, anneks C, formel C3 til:

1. harmoniske $K_1 = \sqrt{1+(1-1)\cdot\frac{1}{78}} = 1{,}00.$

2. harmoniske $K_2 = \sqrt{0{,}3+(1-0{,}3)\cdot\frac{1}{78}} = 0{,}56.$

3. harmoniske $K_3 = \sqrt{0{,}03+(1-0{,}03)\cdot\frac{1}{84}} = 0{,}20.$

Frekvensresponsfaktorerne kan herefter beregnes af EN 1991-1-1 DK NA:2007, anneks C formel C6 til:

1. harmoniske $H_1 = \dfrac{1}{\sqrt{(1-(\frac{1\cdot 2{,}3}{6{,}9}))^2+(\frac{0{,}126}{\pi}\cdot\frac{1\cdot 2{,}3}{6{,}9})^2}} = 1{,}12$

2. harmoniske $H_1 = \dfrac{1}{\sqrt{(1-(\frac{2\cdot 2{,}3}{6{,}9}))^2+(\frac{0{,}126}{\pi}\cdot\frac{2\cdot 2{,}3}{6{,}9})^2}} = 1{,}80$

3. harmoniske $H_1 = \dfrac{1}{\sqrt{(1-(\frac{3\cdot 2{,}3}{6{,}9}))^2+(\frac{0{,}126}{\pi}\cdot\frac{3\cdot 2{,}3}{6{,}9})^2}} = 25$

Beregning af lastvirkning (brudgrænsetilstanden)

Den statisk ækvivalente nyttelast er "summen" af den statiske last og de statisk ækvivalente nyttelaster fra hver af de harmoniske lastkomponenter

Statisk lastkomponent			0,50 kN/m^2
Statisk ækv. last, 1. harmoniske:	$H_1 \cdot \alpha_1 \cdot K_1 \cdot p = 1{,}12 \cdot 1{,}6 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}50$ kN/m^2	=	0,90 kN/m^2
Statisk ækv. last, 2. harmoniske:	$H_2 \cdot \alpha_2 \cdot K_2 \cdot p = 1{,}80 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}56 \cdot 0{,}50$ kN/m^2	=	0,50 kN/m^2
Statisk ækv. last, 3. harmoniske:	$H_3 \cdot \alpha_3 \cdot K_3 \cdot p = 25 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}50$ kN/m^2	=	0,50 kN/m^2

Statisk ækvivalent nyttelast

$$0{,}50 + a\cdot\sqrt{0{,}90^2+0{,}50^2+0{,}50^2} = 1{,}64\ kN/m^2,\ \ a = 1$$

a er responsfordelingsfaktoren. Når en enkelt harmonisk lastkomponent er dominerende regnes a = 1. I andre situationer regnes a = 1,5.
I dette tilfælde regnes a = 1, da det er den 3. harmoniske lastkomponent som er dominerende. Ved undersøgelsen med størst mulig bevægelsesfrekvens (3 Hz) regnes a = 1,5.

Konstruktionens acceleration (anvendelsessituationen)

Statisk nedbøjning for nyttelasten: $u_p = \frac{5}{384}\frac{pl^4}{EI} = \frac{5}{384}\frac{6000\cdot 12{,}9^4}{4{,}7\cdot 10^{10}\cdot 7{,}98\cdot 10^{-2}} = 5{,}77\cdot 10^{-4}\,m$

RESONANS

1. harmoniske lastkomponent, 2,30 Hz.

α_1 = 1,6. K_1 = 1,00. H_1 = 1,12. Max acceleration:

$$a_{1,\max} = H_1 \cdot (2\pi \cdot n_p)^2 \cdot \alpha_1 \cdot K_1 \cdot u_{statisk} = 0{,}22\ m/s^2$$

2. harmoniske lastkomponent, 2·2,3 Hz = 4,60 Hz.

α_2 = 1,0. K_2 = 0,56. H_2 = 1,80. Max acceleration:

$$a_{2,\max} = H_2 \cdot (2\pi \cdot 2n_p)^2 \cdot \alpha_2 \cdot K_2 \cdot u_{statisk} = 0{,}49\ m/s^2$$

3. harmoniske lastkomponent, 3·2,30 Hz = 6,90 Hz.

α_3 = 0,2. K_3 = 25. H_3 = 25. Max acceleration:

$$a_{3,\max} = H_3 \cdot (2\pi \cdot 3n_p)^2 \cdot \alpha_3 \cdot K_3 \cdot u_{statisk} = 1{,}08\ m/s^2$$

Spredningen på accelerationen: $\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{0{,}22^2 + 0{,}49^2 + 1{,}08^2} = 0{,}85\ m/s^2$,

svarende til 8,5% g.

Spredningen på accelerationen vurderes ikke at være for stor, idet den er under den acceptable grænseacceleration på 10% g for fitnesscentre.

STØRST MULIG BEVÆGELSESFREKVENS, n_p = 3 Hz.

Det effektive antal personer: $n_e = \frac{3}{4} \cdot 104 = 78$

idet ingen lastkomponenter er i resonans med konstruktionen.

Størrelsesreduktionsfaktorerne:

1. harmoniske $K_1 = \sqrt{1 + (1-1) \cdot \frac{1}{78}}$ = 1,00.

2. harmoniske $K_2 = \sqrt{0{,}3 + (1-0{,}3) \cdot \frac{1}{78}}$ = 0,56.

3. harmoniske $K_3 = \sqrt{0{,}03 + (1-0{,}03) \cdot \frac{1}{78}}$ = 0,21.

Frekvensresponsfaktorerne :

1. harmoniske $H_1 = \dfrac{1}{\sqrt{(1-(\frac{1\cdot 3}{6,9}))^2 + (\frac{0,126}{\pi}\cdot\frac{1\cdot 3}{6,9})^2}} = 1,23$

2. harmoniske $H_1 = \dfrac{1}{\sqrt{(1-(\frac{2\cdot 3}{6,9}))^2 + (\frac{0,126}{\pi}\cdot\frac{2\cdot 3}{6,9})^2}} = 4,06$

3. harmoniske $H_1 = \dfrac{1}{\sqrt{(1-(\frac{3\cdot 3}{6,9}))^2 + (\frac{0,126}{\pi}\cdot\frac{3\cdot 3}{6,9})^2}} = 1,42$

Beregning af lastvirkning (brudgrænsetilstanden)

Statisk lastkomponent		0,50 kN/m^2
Statisk ækv. last, 1. harmoniske: $H_1 \cdot \alpha_1 \cdot K_1 \cdot p$ = 1,23·1,6·1,0·0,50 kN/m^2	=	0,98 kN/m^2
Statisk ækv. last, 2. harmoniske: $H_2 \cdot \alpha_2 \cdot K_2 \cdot p$ = 4,06·1,0·0,56·0,50 kN/m^2	=	1,14 kN/m^2
Statisk ækv. last, 3. harmoniske: $H_3 \cdot \alpha_3 \cdot K_3 \cdot p$ = 1,42·0,2·0,21·0,50 kN/m^2	=	0,03 kN/m^2

Statisk ækvivalent nyttelast

$$0,50 + a \cdot \sqrt{0,98^2 + 1,14^2 + 0,03^2} = 1,64\ kN/m^2,\ \ a = 1,5$$

Konstruktionens acceleration (anvendelsessituationen)

1. harmoniske lastkomponent, 3,0 Hz

α_1 = 1,6. K_1 = 1,00. H_1 = 1,23. Max acceleration:

$$a_{1,\max} = H_1 \cdot (2\pi \cdot n_p)^2 \cdot \alpha_1 \cdot K_1 \cdot u_{statisk} = 0,40\ m/s^2$$

2. harmoniske lastkomponent, 2·3,0 Hz = 6,0 Hz

α_2 = 1,0. K_2 = 0,56. H_2 = 4,06. Max acceleration:

$$a_{2,\max} = H_2 \cdot (2\pi \cdot 2n_p)^2 \cdot \alpha_2 \cdot K_2 \cdot u_{statisk} = 1,87\ m/s^2$$

3. harmoniske lastkomponent, 3·3,0 Hz = 9,0 Hz

α_3 = 0,2. K_3 = 0,21. H_3 = 1,42. Max acceleration:

$$a_{3,\max} = H_3 \cdot (2\pi \cdot 3n_p)^2 \cdot \alpha_3 \cdot K_3 \cdot u_{statisk} = 0,10\ m/s^2$$

Spredningen på accelerationen: $\sigma_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{0{,}40^2 + 1{,}87^2 + 0{,}10^2} = 1{,}35\ m/s^2$

svarende til 13,5 % g.

Spredningen på accelerationen er således større end den acceptable grænseacceleration på 10% g for fitnesscentre.

BEREGNING VED ANVENDELSE AF FORMLERNE I EN 1991-1-1 DK NA:2007, AFSNIT C.4 og C.5.

<u>RESONANS</u>
Beregning af lastvirkning (brudgrænsetilstanden)

I henhold til EN 1991-1-1 DK NA:2007, afsnit C.4 (1) beregnes den statisk ækvivalente last som

$$F_s = (1 + k_F)F_p$$

hvor F_p betegner den gennemsnitlige personlast og k_F betegner lastresponsfaktoren

$$k_F = a\sqrt{\sum_{j=1}^{3}(\alpha_j K_j H_j)^2}$$

a er responsfordelingsfaktoren. Når en enkelt harmonisk lastkomponent er dominerende regnes a = 1. I andre situationer regnes a = 1,5.
I dette tilfælde regnes a = 1, da det er den 3. harmoniske lastkomponent som er dominerende. Ved undersøgelsen med størst mulig bevægelsesfrekvens (3 Hz) regnes a = 1,5.

$$k_F = \sqrt{(1{,}6 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}12)^2 + (1{,}0 \cdot 0{,}56 \cdot 1{,}8)^2 + (0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 25)^2} = 2{,}29$$

Som giver en stødfaktor på $(1 + 2{,}29) = 3{,}29$

Heraf fås den maksimale statisk ækvivalent fladelast $F_s = (1 + 2{,}29) \cdot 0{,}5 kN/m^2 = 1{,}65\ kN/m^2$ som dækket skal dimensioneres for (karakteristisk værdi).

Konstruktionens acceleration (anvendelsessituationen)

Spredningen på konstruktionens acceleration σ_a kan ifølge EN 1991-1-1 DK NA:2007, anneks C.5, formel C8, beregnes af:

$$\sigma_a = k_a (2\pi n_p)^2 u_p$$

Hvor accelerationsresponsfaktoren kan bestemmes af $k_a = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{3}(j^2 \alpha_j K_j H_j)^2}$ som aktuelt giver

$$k_a = \sqrt{\frac{1}{2}((1^2 \cdot 1{,}6 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}12)^2 + (2^2 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}54 \cdot 1{,}80)^2 + (3^2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}20 \cdot 25)^2)} = 7{,}05$$

Statisk nedbøjning for nyttelasten $u_p = \frac{5}{384}\frac{pl^4}{EI} = \frac{5}{384}\frac{6000 \cdot 12{,}9^4}{4{,}7 \cdot 10^{10} \cdot 7{,}98 \cdot 10^{-2}} = 5{,}77 \cdot 10^{-4}\,m$

Spredningen på accelerationen bliver således:

$\sigma_a = 7{,}05 \cdot (2\pi \cdot 2{,}30)^2 \cdot 5{,}77 \cdot 10^{-4} = 0{,}85\ m/s^2$, svarende til 8,5%g.

Spredningen på accelerationen vurderes ikke at være for stor idet den er under den acceptable grænseacceleration på 10% g for fitnesscentre.

STØRST MULIG BEVÆGELSESFREKVENS, n_p = 3 Hz.

Det effektive antal personer beregnes iht EN 1991-1-1 DK NA:2007, afsnit C.2 (4).

Det effektive antal personer: $n_e = \frac{3}{4} \cdot 104 = 78$

idet ingen lastkomponenter er i resonans med konstruktionen.

Størrelsesreduktionsfaktorerne beregnes af EN 1991-1-1 DK NA:2007, anneks C, formel C3 til:

1. harmoniske $K_1 = \sqrt{1 + (1-1) \cdot \frac{1}{78}} = 1{,}00.$

2. harmoniske $K_2 = \sqrt{0{,}3 + (1-0{,}3) \cdot \frac{1}{78}} = 0{,}56.$

3. harmoniske $K_3 = \sqrt{0{,}03 + (1-0{,}03) \cdot \frac{1}{78}} = 0{,}21.$

Frekvensresponsfaktorerne kan herefter beregnes af EN 1991-1-1 DK NA:2007, anneks C formel C6 til:

1. harmoniske $H_1 = \frac{1}{\sqrt{(1-(\frac{1 \cdot 3}{6{,}9}))^2 + (\frac{0{,}126}{\pi} \cdot \frac{1 \cdot 3}{6{,}9})^2}} = 1{,}23$

2. harmoniske $H_2 = \frac{1}{\sqrt{(1-(\frac{2 \cdot 3}{6{,}9}))^2 + (\frac{0{,}126}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot 3}{6{,}9})^2}} = 4{,}06$

3. harmoniske $H_3 = \frac{1}{\sqrt{(1-(\frac{3 \cdot 3}{6{,}9}))^2 + (\frac{0{,}126}{\pi} \cdot \frac{3 \cdot 3}{6{,}9})^2}} = 1{,}42$

Beregning af lastvirkning (brudgrænsetilstanden)

I henhold til EN 1991-1-1 DK NA:2007, afsnit C.4 (1) beregnes den statisk ækvivalente last som

$F_s = (1 + k_F)F_p$

hvor F_p betegner den gennemsnitlige personlast og k_F betegner lastresponsfaktoren

$$k_F = a\sqrt{\sum_{j=1}^{3}(\alpha_j K_j H_j)^2}$$

a = 1,5 idet ingen lastkomponenter er i resonans med konstruktionen

$$k_F = 1{,}5 \cdot \sqrt{(1{,}6 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}23)^2 + (1{,}0 \cdot 0{,}56 \cdot 4{,}06)^2 + (0{,}2 \cdot 0{,}21 \cdot 1{,}42)^2} = 4{,}51$$

Som giver en stødfaktor på $(1 + 4{,}51) = 5{,}51$

Heraf fås den maksimale statisk ækvivalent fladelast $F_s = (1 + 4{,}51) \cdot 0{,}5\ kN/m^2 = 2{,}76\ kN/m^2$ som dækket skal dimensioneres for (karakteristisk værdi).

Konstruktionens acceleration (anvendelsessituationen)

Spredningen på konstruktionens acceleration σ_a kan ifølge EN 1991-1-1 DK NA:2007, anneks C.5, formel C8, beregnes af:

$$\sigma_a = k_a (2\pi n_p)^2 u_p$$

Hvor accelerationsresponsfaktoren kan bestemmes af $k_a = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{3}(j^2 \alpha_j K_j H_j)^2}$ som aktuelt giver

$$k_a = \sqrt{\frac{1}{2}((1^2 \cdot 1{,}6 \cdot 1{,}0 \cdot 1{,}23)^2 + (2^2 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}54 \cdot 4{,}06)^2 + (3^2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}21 \cdot 1{,}42)^2)} = 6{,}37$$

Statisk nedbøjning for nyttelasten $u_p = \frac{5}{384}\frac{pl^4}{EI} = \frac{5}{384}\frac{6000 \cdot 12{,}9^4}{4{,}7 \cdot 10^{10} \cdot 7{,}98 \cdot 10^{-2}} = 5{,}77 \cdot 10^{-4}\ m$

Spredningen på accelerationen bliver således:

$\sigma_a = 6{,}37 \cdot (2\pi \cdot 3)^2 \cdot 5{,}77 \cdot 10^{-4} = 1{,}3\ m/s^2$, svarende til 13 % g.

Spredningen på accelerationen er således større end den acceptable grænseacceleration på 10% g for fitnesscentre.

8 Referencer

1. ATC Design Guide 1: Minimizing Floor Vibration by Applied Technology Council, California, 1999.

2. B. Suikkanen, F.S. Collette og J. Laigaard: Vibrationskomfort i huldækonstruktioner, COWI's Udviklingsfond, 2001.

3. S.O. Hansen & J.D. Sørensen: Dynamic loads due to synchronized movements of people. Proceedingsthe 4th International Conference on Structural Dynamics, Munich, Germany, September 2-5, 2002, side 1217-1222.

4. B.C. Jensen & S.O. Hansen: Bygningsberegninger. Nyt Teknisk Forlag 2010.

5. B. Bonnerup, B.C. Jensen &C.M. Plum: Stålkonstruktioner efter DS/EN 1993, 1. udgave Nyt Teknisk Forlag 2009.

Endvidere henvises i kapitlet til

- Teknisk Ståbi, 20. udgave Nyt Teknisk Forlag

- ISO 2631-2: 1989. Standarden er erstattet af DS/ISO 2631-2, 1. udgave 2003-07-18, hvor grænseværdier for acceptable svingninger dog ikke længere er angivet som i den tidligere standard. For en detaljeret beskrivelse af forholdene henvises til DS/ISO 3631-1, 1.udgave 2002-03-12 og DS/ISO 2631-2, 1. udgave 2003-07-18.

- EN 1990 DK NA:2007. Nationalt Anneks til Eurocode 0: Projekterings-grundlag for bærende konstruktioner.

- EN 1991-1-1 DK NA:2007. Nationalt Anneks til Eurocode 1: Last på bygværker - Del 1-1: Generelle laster - Densiteter, egenlast og nyttelast for bygninger.

- EN 1992-1-1 DK NA:2007. Nationalt Anneks til Eurocode 2: Betonkonstruktioner – Del 1-1: Generelle regler samt regler for bygningskonstruktioner.